1学年　数学A（3〜6組）　1学期中間考査（R1. 5. 20）　1年（　）組（　）番　氏名（　　　　　　）

【1】次の集合を、要素を書き並べて表せ。〈各2点〉

（1）30以下の自然数の集合 A

答　$A=\{1, 2, 3, \cdots, 30\}$

（2）24の正の約数全体の集合 B

答　$B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

（3）$C=\{3n \mid n=0, 1, 2, 3\}$

答　$C=\{0, 3, 6, 9\}$

【2】$A=\{2, 3, 5\}$、$B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$、$C=\{n \mid n$ は6以下の素数$\}$ のとき、次の□に適するものを下の選択群より選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。〈各2点〉

（1）$A \boxed{\subset} B$　　（2）$A \boxed{=} C$

（3）$6 \boxed{\notin} A$　　（4）$B \boxed{\supset} \{6\}$

【選択群】

$\subset$　$\supset$　$\in$　$\notin$　$\cap$　$\cup$　ϕ　$=$

【3】次の2つの集合 A、B について $A\cap B$、$A\cup B$ を求めよ。〈各2点〉

（1）$A=\{1, 2, 3, 6\}$、$B=\{3, 4, 5, 6, 7\}$

答　$A\cap B=\{3, 6\}$

$A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

（2）$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$、$B=\{0, 2, 4, 6, 8\}$

答　$A\cap B=\emptyset$

$A\cup B=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

【4】全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ の部分集合 A、B を $A=\{1, 2, 4, 8, 10\}$、$B=\{2, 4, 6, 8, 9\}$ とする。次の集合を求めよ。〈各2点〉

（1）$A\cap B$

答　$A\cap B=\{2, 4, 8\}$

（2）$A\cup B$

答　$A\cup B=\{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10\}$

（3）$\bar{A}$

答　$\bar{A}=\{3, 5, 6, 7, 9\}$

（4）$A\cap\bar{B}$

答　$A\cap\bar{B}=\{1, 10\}$

（5）$\overline{A\cup B}$

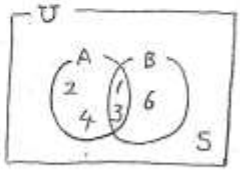
答　$\overline{A\cup B}=\{3, 5, 7\}$

（6）$\bar{A}\cup\bar{B}$

答　$\bar{A}\cup\bar{B}=\{1, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

【5】全体集合を $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。U の部分集合 A、B を $A=\{1, 2, 3, 4\}$、$B=\{1, 3, 6\}$ としたとき、次の個数を求めよ。〈各2点〉

（1）$n(B)$



答　3

（2）$n(\bar{A})$

答　2

（3）$n(A\cap B)$

答　2

（4）$n(A\cup B)$

答　5

（5）$n(A\cup\bar{B})$

答　5

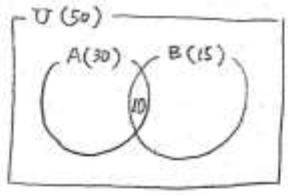
（6）$n(A\cap\bar{A})$

答　0

【6】全体集合 U とその部分集合 A、B について、$n(U)=50$、$n(A)=30$、$n(B)=15$、$n(A\cap B)=10$ であるとき、次の集合の要素の個数を求めよ。〈各2点〉

（1）$\bar{A}$

$n(\bar{A})=50-30$



答　20

（2）$\overline{A\cap B}$

$n(\overline{A\cap B})=50-10$

答　40

（3）$A\cup B$

$n(A\cup B)=30+15-10$

答　35

（4）$\bar{A}\cup\bar{B}$

$=\overline{A\cap B}$

答　40

（5）$\bar{A}\cap B$

$n(\bar{A}\cap B)=15-10$

答　5

【7】200 以下の自然数のうち、次のような数は何個あるか。〈各3点〉

（1）3 の倍数

$200 \div 3$

答　66個

（2）3 の倍数かつ 7 の倍数

$200 \div 21$

答　9個

（3）3 の倍数または 7 の倍数

$200 \div 7$　28

$66 + 28 - 9$

答　85個

（4）3 の倍数であるが 7 の倍数でない数

$66 - 9$

答　57個

（5）60 以上の 3 の倍数

$60 \div 3 = 20$

$66 - 20 + 1 = 47$

答　47個

【8】40 人の生徒が国語の小テストと英語の小テストを受験した。国語の小テストの合格者は 30 人、英語の小テストの合格者は 25 人で、両方とも不合格の生徒は 5 人であった。このとき、次の生徒の人数を求めよ。〈各3点〉

（1）少なくとも一方に合格した生徒

	国	$\overline{国}$	計
英	20	5	25
$\overline{英}$	10	5	15
計	30	10	40

少なくとも一方に合格

$=\overline{両方とも不合格}$

$40 - 5 = 35$

答　35人

（2）両方とも合格した生徒

$30 + 25 - \square = 35$

$\square = 20$

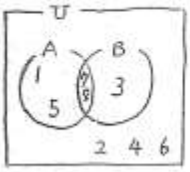
答　20人

（3）国語の小テストだけ合格した生徒

$30 - 20 = 10$

答　10人

【9】全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ の部分集合 A、B について、$\bar{A} \cap \bar{B} = \{2, 4, 6\}$、$A \cap B = \{7, 8\}$、$\bar{A} \cap B = \{3\}$ であるとき、A と B を求めよ。〈各3点〉



答　$A = \{$ 1, 5, 7, 8 $\}$

$B = \{$ 3, 7, 8 $\}$

【10】全体集合 $U = \{x \mid x$は 10 以下の自然数$\}$ の部分集合 A、B、C を

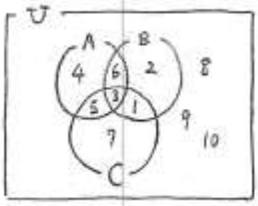
$A = \{a \mid a$は自然数, $3 \leqq a \leqq 6\}$　$\{3, 4, 5, 6\}$

$B = \{b \mid b$は 6 の約数$\}$　$\{1, 2, 3, 6\}$

$C = \{2c+1 \mid c = 0,\ 1,\ 2,\ 3\}$　$\{1, 3, 5, 7\}$

とする。次の集合を求めよ。〈各3点〉

（1）$A \cap B \cap C$



答　$A \cap B \cap C = \{$ 3 $\}$

（2）$A \cup B \cup C$

答　$A \cup B \cup C = \{$ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 $\}$

（3）$\bar{A} \cap B \cap \bar{C}$

答　$\bar{A} \cap B \cap \bar{C} = \{$ 2 $\}$

【11】100 以下の自然数のうち、2、3、5 の少なくとも 1 つで割り切れる数は何個あるか。〈5点〉

2で割り切れる集合をA
3　〃　B
5　〃　C とする

$n(A) = 50$

$n(B) = 33$

$n(C) = 20$

$n(A \cap B) = 16$，$n(B \cap C) = 6$，$n(C \cap A) = 10$

$n(A \cap B \cap C) = 3$

$n(A \cup B \cup C) = 50 + 33 + 20 - 16 - 6 - 10 + 3$

$= 74$

答　74個

1学年　数学A（3〜6組）　1学期期末考査（R1. 7. 3）　1年（　）組（　）番　氏名（　　　　　）

【1】〜【9】は答のみの記入で良い。〈各2点〉

【1】大中小の3個のさいころを投げるとき、次の場合は何通りあるか。

（1）すべての目が偶数である場合

答　27通り

（2）目の和が6になる場合

答　10通り

（3）目の積が18になる場合

答　9通り

【2】1個のさいころを2回投げるとき、目の和が次のようになる出方は何通りあるか。

（1）6または9

答　9通り

（2）5の倍数

答　7通り

【3】2つのチームA、Bで優勝戦を行い、先に2勝した方を優勝チームとする。最初の試合でAが勝った場合、優勝が決定するまでの勝負の分かれ方は何通りあるか。ただし、試合では引き分けもあるが、引き分けの次の試合は必ず勝負がつくものとする。

答　10通り

【4】次の値を求めよ。

（1）${}_6P_3$

答　120

（2）5!

答　120

【5】次のものの総数を求めよ。

（1）5人から3人を選んで1列に並べるときの並び順

答　60

（2）6個の数字1, 2, 3, 4, 5, 6のすべてを1列に並べる

答　720

【6】次のものの総数を求めよ。

（1）異なる8個の玉を机の上で円形に並べるときの並べ方

答　5040

（2）4種類の数字1, 2, 3, 4を重複を許して並べてできる3桁の整数

答　64

【7】次の値を求めよ。

（1）${}_7C_2$

答　21

（2）${}_5C_0$

答　1

（3）${}_{20}C_{18}$

答　190

【8】次のような選び方の総数を求めよ。

（1）異なる5冊の雑誌の中から2冊を選ぶ。

答　10

（2）正六角形の6個の頂点のうち、3個の頂点を結んでできる三角形の個数

答　20

（3）10枚の異なるカードの中から7枚を選ぶ。

答　120

【9】8個の数字1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3の全部を使って8桁の整数を作るとき、整数は何個作れるか。

答　280

【10】以降は計算過程も残しておくこと。

【10】108の正の約数の個数と、その約数の総和を求めよ。〈各3点〉

$108 = 2^2 \times 3^3$

$3 \times 4 = 12$

$(1+2+2^2)(1+3+3^2+3^3)$

$= 7 \times 40$

$= 280$

答　個数　12個　，総和　280

【11】男子3人と女子3人が横1列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。〈各3点〉

（1）両端が女子である。

${}_3P_2 \times 4!$

答　144通り

（2）男子3人が続いて並ぶ。

$4! \times 3!$

答　144通り

（3）男女が交互に並ぶ。

$3! \times 3! \times 2$

答　72通り

【12】男子7人と女子5人の中から4人選ぶとき、次のような選び方は何通りあるか。〈各3点〉

（1）男子2人、女子2人を選ぶ。

${}_7C_2 \times {}_5C_2$

答　210通り

（2）女子が少なくとも1人選ばれる。

（全部）－（全員男子）

${}_{12}C_4 - {}_7C_4$

$= 495 - 35$

答　460通り

（3）特定の2人A, Bを必ず選ぶ。

A、Bを除いた10人から残りの2人を選ぶ

${}_{10}C_2$

答　45通り

（4）Aは選ばれるが、Bは選ばれない。

A, Bを除いた10人から残りの3人を選ぶ

${}_{10}C_3$

答　120通り

１学年　数学A（3～6組）　１学期期末考査（R1. 7. 3）　1年（　）組（　）番　氏名（　　　　　　　）

【13】8人を次のように分けるとき、分け方は何通りあるか。

（1）A、Bの２つの組に、４人ずつ分ける。　〈各3点〉

${}_8C_4 \times {}_4C_4$

答　70通り

（2）４人ずつの２つの組に分ける。

$\dfrac{70}{2!}$

答　35通り

（3）３人、２人、２人、１人の４つの組に分ける。

${}_8C_3 \times \dfrac{{}_5C_2 \times {}_3C_2}{2!} \times {}_1C_1$

答　840通り

（4）２つのグループA、Bに分ける。

$2^8 - 2$

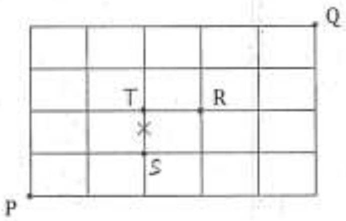
答　254通り

【14】右の図のような道のある町で、PからQまで遠回りをしないで行くのに、次のような道順は何通りあるか。　〈各3点〉

（1）すべての道順

${}_9C_4$

または　$\dfrac{9!}{5!4!}$



答　126通り

（2）Rを通っていく。

${}_5C_2 \times {}_4C_2$

または　$\dfrac{5!}{3!2!} \times \dfrac{4!}{2!2!}$

答　60通り

（3）×印の箇所は通らずに行く。

（全部）－（×印を通る）

$= 126 - ({}_3C_1 \times {}_5C_2)$

$= 126 - 30$

答　96通り

【15】A, B, C, D, Eの５文字を全部使ってできる順列を、ABCDEを１番目として、辞書式に並べるとき、次の問いに答えよ。〈各3点〉

（1）55番目の文字列を求めよ。

A○○○○ … 4! = 24

B○○○○ … 24

CA○○○ … 3! = 6

ここまでで 54個

よって その次の文字列

答　CBADE

（2）DBEACは何番目の文字列か。

A○○○○
B○○○○　24×3 = 72
C○○○○

DA○○○　3!　= 6

ここまでで 78個

DBACE … 79番目
DBAEC … 80
DBCAE … 81
DBCEA … 82
DBEAC … 83

答　83番目

【16】YAMASAKIの８文字すべてを１列に並べる。〈各3点〉

（1）全部で並べ方は何通りあるか。

$\dfrac{8!}{3!1!1!1!1!1!}$

答　6720通り

（2）Y, M, S, Kがこの順にある並べ方は何通りあるか。

○○○○AAAI を並べて ○のところに

順に Y, M, S, K を当てはめると考える

$\dfrac{8!}{4!3!1!}$

答　280通り

【17】以下は、やまちゃん（以下、やま）とさきちゃん（以下、さき）の会話である。答えを間違えた理由を簡単に説明せよ。〈2点〉

やま　「0, 1, 2, 3, 4のうちの異なる４個を並べて、４桁の奇数は何個作れるかな？」

さき　「奇数だから、一の位は1, 3のどちらかでないといけないよね。」

さき　「ということは、積の法則を使って、考える場合、
一の位が２通り、
千、百、十の位には、残りの４個の数字から３個を取って並べるから${}_4P_3$通り、つまり、$2 \times {}_4P_3$で、答えは48個だよ！」

やま　「でも、答えは36個だよ？どこで間違ったのかなぁ。」

（理由）
千の位で0を除かずに計算しているから　答

【1】フジモトくんがA、B2つのゲームのどちらに挑戦しようかと悩んでいる。
Aは「2個のさいころを投げて、どちらも1の目が出たら勝ち」
Bは「5枚の硬貨を投げて、すべて表が出たら勝ち」
となっている。勝とうと考えた場合、どちらのゲームを選ぶ方が有利であるか。具体的な数字を用いて、簡単に説明せよ。

〈3点〉

（理由）
Aのゲームで勝つ確率は $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
Bのゲームで勝つ確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$
よって、Bのゲームの方が勝つ確率が高いので、
Bを選ぶ方が有利

【2】以下は、やまちゃん（以下、やま）とさきちゃん（以下、さき）の会話である。答えを間違えた理由を、具体的な数字を用いて、簡単に説明せよ。

やま　「13枚のスペードのトランプから1枚引くとき、奇数の札または絵札を引く確率はどうなるかな？」

さき　「奇数の札は13枚中7枚だから、奇数を引く確率は $\frac{7}{13}$ だね。」

やま　「絵札はJ、Q、Kのことだから、絵札を引く確率は $\frac{3}{13}$ だね。」

さき　「あとは、または…の事象、つまり和事象だから、足し算すればいいね。
答えは $\frac{7}{13}+\frac{3}{13}$ で $\frac{10}{13}$ だよ！」

やま　「でも、答えは $\frac{8}{13}$ だよ？どこで間違ったのかなぁ。」

〈3点〉

（理由）
この2つの事象はJ,Kの共通部分をもつため排反ではない。
よって、J,Kの札を引く確率 $\frac{2}{13}$ を $\frac{10}{13}$ から引く必要が
あるため

【3】、【4】は答のみの記入で良い。

【3】次の確率を求めよ。　〈各2点〉

（1）1から10までの10枚の番号札から1枚を取り出すとき、7以上の札が出る。

答　$\frac{2}{5}$

（2）赤玉3個、白玉2個が入った袋から、玉を1個取り出すとき、赤玉が出る。

答　$\frac{3}{5}$

（3）1枚の硬貨を2回投げるとき、1回だけ裏が出る。

答　$\frac{1}{2}$

（4）2個のさいころを同時に投げるとき、目の和が6になる。
(1,5) (2,4) (3,3)
(4,2) (5,1)

答　$\frac{5}{36}$

（5）A、Bの2人がじゃんけんを1回するとき、あいこになる。
$\frac{3}{3^2}$

答　$\frac{1}{3}$

【4】次の確率を求めよ。　〈各3点〉

（1）A、Bの2人を含む4人のリレー選手がいる。走る順番をくじで決めるとき、Aが2番目、Bが3番目になる。
$\frac{2!}{4!}$

答　$\frac{1}{12}$

（2）くじが8本あり、そのうち2本が当たりくじである。2本を同時に引くとき、2本とも当たる。
$\frac{{}_2C_2}{{}_8C_2}$

答　$\frac{1}{28}$

（3）大中小3個のさいころを投げるとき、すべて奇数が出る。
$\left(\frac{1}{2}\right)^3$

答　$\frac{1}{8}$

（4）赤玉3個と白玉4個の入った袋から、2個の玉を同時に取り出すとき、2個とも赤玉が出る。
$\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}$

答　$\frac{1}{7}$

（5）1から50までの50枚の番号札から1枚引くとき、4の倍数の番号札を引く。
$50 \div 4 = 12 \cdots 2$
$\frac{12}{50}$

答　$\frac{6}{25}$

（6）1枚の硬貨と1個のさいころを投げるとき、硬貨は表が出て、さいころは6の目が出る。
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$

答　$\frac{1}{12}$

【5】以降は計算過程も残しておくこと。

【5】赤玉6個と白玉4個の入った袋の中から、3個の玉を同時に取り出すとき、次の確率を求めよ。　〈各4点〉

（1）赤玉が1個、白玉が2個出る。
$\frac{{}_6C_1 \times {}_4C_2}{{}_{10}C_3}$

答　$\frac{3}{10}$

（2）すべて同じ色の玉が出る。
すべて赤　　すべて白
$\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3} + \frac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}$
$= \frac{20}{120} + \frac{4}{120} = \frac{24}{120}$

答　$\frac{1}{5}$

（3）少なくとも1個が白玉である。
1 −（すべて赤が出る）
$= 1 - \frac{20}{120}$

答　$\frac{5}{6}$

【6】箱Aには当たり3本、はずれ7本の計10本のくじ、箱Bには当たり2本、はずれ5本の計7本のくじが入っている。箱A、Bから1本ずつくじを引くとき、次の確率を求めよ。〈各4点〉

（1）両方とも当たりを引く。

$\frac{3}{10} \times \frac{2}{7}$

答　$\frac{3}{35}$

（2）箱Aから当たりを引き、箱Bからはずれを引く。

$\frac{3}{10} \times \frac{5}{7}$

答　$\frac{3}{14}$

（3）どちらか一方の箱だけ当たりを引く。

A当たり　$\frac{3}{14}$

B当たり　$\frac{7}{10} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{5}$

$\frac{3}{14} + \frac{1}{5} = \frac{15+14}{70}$

答　$\frac{29}{70}$

【7】1個のさいころを5回投げるとき、次の場合の確率を求めよ。〈各4点〉

（1）5以上の目がちょうど2回出る。

${}_5C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^3$

$= \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$

答　$\frac{80}{243}$

（2）偶数の目が4回以上出る。

4回出る　　5回出る

${}_5C_4 \left(\frac{3}{6}\right)^4 \left(\frac{3}{6}\right) + \left(\frac{3}{6}\right)^5$

$= 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$

$= \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{6}{32}$

答　$\frac{3}{16}$

【8】10本のくじの中に当たりくじが3本入っている。このくじをA、B、Cの3人がこの順に1本ずつ引くとき、次の確率を求めよ。ただし、引いたくじはもとに戻さない。〈各4点〉

（1）3人ともはずれる。

$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8}$

答　$\frac{7}{24}$

（2）Cだけ当たる。

$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8}$

答　$\frac{7}{40}$

（3）少なくとも1人は当たる。

$1 -$（3人ともはずれる）

$= 1 - \frac{7}{24}$

答　$\frac{17}{24}$

【9】3個のさいころを同時に投げるとき、次の場合の確率を求めよ。〈各4点〉

（1）出る目の最小値が2以上である。

3つとも2以上が出る

$\frac{5^3}{6^3}$

答　$\frac{125}{216}$

（2）出る目の最小値が2である。

（すべて2以上）−（すべて3以上）

$\frac{5^3}{6^3} - \frac{4^3}{6^3}$

$= \frac{125}{216} - \frac{64}{216}$

答　$\frac{61}{216}$

【10】数直線上を動く点Pが原点の位置にある。1枚の硬貨を投げて、表が出たらPを正の向きに4だけ進め、裏が出たらPを負の向きに3だけ進める。硬貨を7回投げ終わったとき、点Pの位置について、次の問いに答えよ。

（1）7回を投げ終わって、点Pが原点に位置するのは、表が何回出たときか。〈2点〉

表が出た回数を r とすると

$4r + (-3)(7-r) = 0$

$7r - 21 = 0$

$r = 3$

答　3回

（2）7回を投げ終わって、点Pが原点に位置する確率を求めよ。〈4点〉

表が3回，裏が4回出れば良いので

${}_7C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^4$

$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$

答　$\frac{35}{128}$

（3）4回目を投げ終わったときに9、7回目を投げ終わったときに7に点Pが位置する確率を求めよ。〈4点〉

4回投げて表が出た回数を r_4，その後表が出た回数を r_7 とする

$4r_4 + (-3) \cdot (4 - r_4) = 9$

$r_4 = 3$

$4r_7 + (-3) \cdot (3 - r_7) = 7 - 9$

$r_7 = 1$

${}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} \times {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \times 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2}$

答　$\frac{3}{32}$

【11】白玉6個、赤玉5個が入った袋の中から、もとに戻さないで1個ずつ続けて2回玉を取り出す。2回目の玉が赤であるとき、1回目の玉が赤である確率を求めよ。〈4点〉

1回目赤 $\boxed{?}$ × 2回目赤 $\boxed{\frac{10}{22}}$ = 1,2回目とも赤 $\boxed{\frac{4}{22}}$

赤　赤　　白　赤

$\frac{5}{11} \times \frac{4}{10} + \frac{6}{11} \times \frac{5}{10}$

$= \frac{4}{22} + \frac{6}{22}$

$= \frac{10}{22}$

$? = \frac{4}{22} \times \frac{22}{10}$

$= \frac{2}{5}$

答　$\frac{2}{5}$

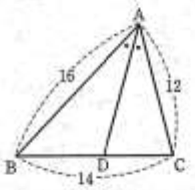
【1】線分ABが次の図のように与えられているとき、次の点C～Eを図示せよ。〈各2点〉

（1）ABを1：2に内分する点C

（2）ABを4：1に外分する点D

（3）ABを1：7に外分する点E

【2】AB=16, BC=14, AC=12である△ABCにおいて、∠Aの二等分線と辺BCの交点をDとする。線分DCの長さを求めよ。〈3点〉



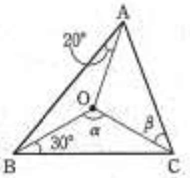
BD : DC = 16 : 12
= 4 : 3

$DC = 14 \times \frac{3}{7}$
$= 6$

答　6

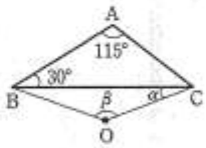
【3】下の図において、点Oは△ABCの外心である。α、βを求めよ。〈各2点〉

（1）



答　α = 120°，β = 40°

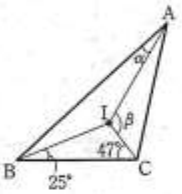
（2）



答　α = 25°，β = 130°

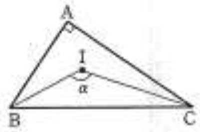
【4】下の図において、点Iは△ABCの内心である。α、βを求めよ。〈各2点〉

（1）



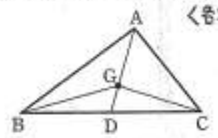
答　α = 18°，β = 115°

（2）



答　α = 135°

【5】下の図において、点Gは△ABCの重心である。また、直線AGと辺BCの交点をDとする。△ABCの面積をSとするとき、次の三角形の面積をSで表せ。〈各2点〉



（1）△ABD

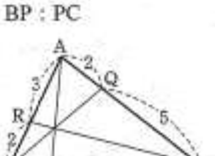
答　$\frac{1}{2}S$

（2）△GBC

答　$\frac{1}{3}S$

【6】下の図において、次の比を求めよ。〈各2点〉

（1）BP : PC

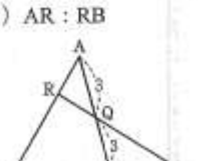


$\frac{3}{2} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{5}{2} = 1$

$\frac{BP}{PC} = \frac{4}{15}$

答　4 : 15

（2）AR : RB



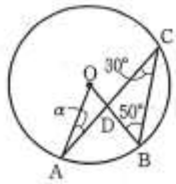
$\frac{9}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$

$\frac{AR}{RB} = \frac{4}{9}$

答　4 : 9

【7】下の図において、α、βを求めよ。ただし、Oは円の中心とする。〈各2点〉

（1）

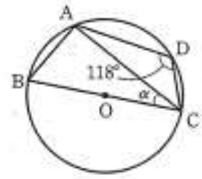


答　α = 20°

（2）

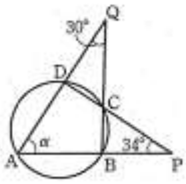
答　α = 30°，β = 45°

（3）



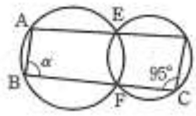
答　α = 28°

（4）



答　α = 58°

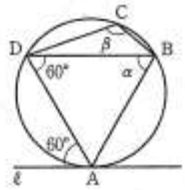
（5）



答　α = 85°

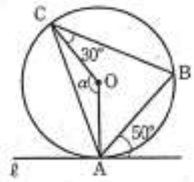
【8】下の図において、α、βを求めよ。ただし、直線ℓは円の接線、Aは円の接点である。〈各2点〉

（1）



答　α = 60°，β = 120°

（2）



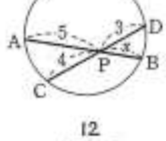
答　α = 140°

【9】下の図において、xを求めよ。〈各3点〉

（1）

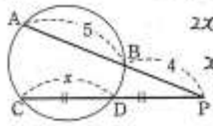
$5x = 12$

$x = \frac{12}{5}$



答　$\frac{12}{5}$

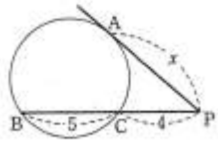
（2）



$x \cdot 2x = 4 \cdot 9$
$2x^2 = 36$
$x^2 = 18$

答　$3\sqrt{2}$

（3）Aは接点



$x^2 = 4 \cdot 9$
$= 36$

答　6

【10】半径が8と6の2つの円の中心間の距離が次のような場合、2つの円の位置関係はどうなるか。①～⑤から適切なものを選び、番号で答えよ。また、共通接線は何本あるか。〈各3点〉

① 互いに外部にある　② 外接する
③ 2点で交わる　④ 内接する
⑤ 一方が他方の内部にある

（1）10

答　番号 ③，共通接線 2 本

（2）14

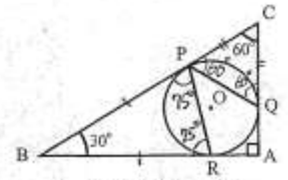
答　番号 ②，共通接線 3 本

【11】下の図で、点P, Q, Rは△ABCの内接円と辺との接点である。
∠A=90°，∠B=30°，∠C=60° であるとき、∠RPQ=45° となることを示したい。
以下のキーワードから２つ選び、２通りの方法で示せ。〈各２点〉

【キーワード】	
・二等辺三角形	・円周角の定理
・円の接線と弦の作る角（接弦定理）	・その他

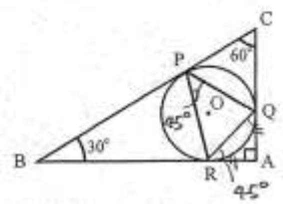
・記号や言葉で説明しても良いし、図に補助線や角度を記入して説明しても良い。その際、不必要なものは記入しないこと。
・その他を選ぶ場合は、証明問題のように丁寧に説明すること。

（方法①）
キーワード：二等辺三角形

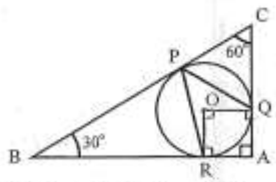


$180° - (75° + 60°) = 45°$

（方法③）
キーワード：円の接線と弦の作る角

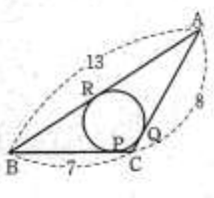


（方法②）
キーワード 円周角の定理



弧RQに対する中心角が90°なので、円周角すなわち∠RPQは半分の45°となる

【12】△ABCにおいて、AB=13, BC=7, CA=8とする。△ABCの内接円と辺BC, CA, ABとの接点を、それぞれP, Q, Rとする。このとき、PCの長さを求めよ。〈4点〉



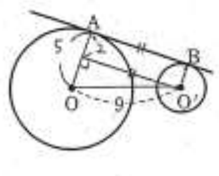
$(7 - PC) + (8 - PC) = 13$

$-2PC = -2$

$PC = 1$

答　1

【13】下の図において、直線ABは２つの円O, O′ の共通接線で、A, Bは接点である。円O, O′ の半径を、それぞれ5, 2とするとき、線分ABの長さを求めよ。〈4点〉



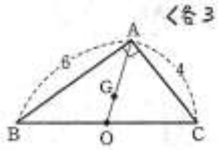
$AB^2 = 9^2 - 3^2$

$= 72$

$AB = 6\sqrt{2}$

答　$6\sqrt{2}$

【14】AB=6, AC=4, ∠A=90° である△ABCの外心をO、重心をGとするとき、次の問いに答えよ。〈各３点〉



（１）OAの長さを求めよ。

$BC^2 = 4^2 + 6^2$

$= 52$

$BC = 2\sqrt{13}$

BCは外接円の直径

OAは半径となるので　$BC = \sqrt{13}$

答　$\sqrt{13}$

（２）AGの長さを求めよ。

$AG : GO = 2 : 1$ より

$AG = OA \times \frac{2}{3}$

$= \sqrt{13} \times \frac{2}{3}$

答　$\frac{2\sqrt{13}}{3}$

（３）△BOGの面積は、△ABCの面積の何倍であるか。
また、△BOGの面積を求めよ。

△ABCの面積をSとすると

$\triangle BOG = \triangle ABC \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{6}S$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 6$

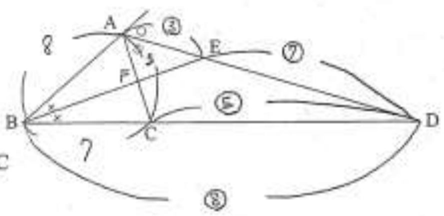
$= 12$

$\triangle BOG = 12 \times \frac{1}{6}$

$= 2$

答　$\frac{1}{6}$　倍，△BOGの面積　2

【15】AB=8, BC=7, AC=5の△ABCがあり、∠BACの外角の二等分線と辺BCの延長の交点をDとし、∠ABCの二等分線と線分ADの交点をEとする。次のものを求めよ。〈各３点〉



（１）BD : DC

答　8 : 5

（２）線分CDの長さ

$7 \times \frac{5}{3} = \frac{35}{3}$

答　$\frac{35}{3}$

（３）AE : ED

$BD = 7 + \frac{35}{3} = \frac{56}{3}$

$AE : ED = BA : BD$

$= 8 : \frac{56}{3}$

$= 24 : 56$

答　3 : 7

（４）線分BEと辺ACの交点をFとしたとき、△BCF : △CEF

$\triangle BCF : \triangle CEF = BF : FE$

メネラウスの定理より

$\frac{10}{3} \cdot \frac{EF}{FB} \cdot \frac{3}{5} = 1$

$\frac{EF}{FB} = \frac{1}{2}$

$\therefore BF : FE = 2 : 1$

答　2 : 1

1学年　数学A（3~6組）　学年末考査（R2．3．2）　解答用紙

1年（　）組（　）番　氏名（　　　　　　）

各3点

【1】	(1)	49	(2)	67
【2】	(1)	$11001_{(2)}$	(2)	$1012_{(3)}$
【3】	0.24			
【4】	$0.1011_{(2)}$			
【5】	6			
【6】	$\frac{5}{8}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{27}{100}$			
【7】	5			
【8】	24個			
【9】	1, 3, 5, 9, 11, 13			
【10】	商 −5，余り 5			

各4点

【11】	$n=6$			
【12】	最大公約数 6		最小公倍数 2772	
【13】	$n=135, 270, 540$			
【14】	(1)	5	(2)	5
	(3)	0		
【15】	(1)	$x=3$ $y=-4$	(2)	$x=18$ $y=60$
【16】	(1)	$x=5k$ $y=4k$ （kは整数）	(2)	$x=2k+1$ $y=-7k-3$ （kは整数）

【17】次の等式を満たす整数 x，y の組をすべて求めよ。〈5点〉

$xy-2x+3y-1=0$

$x(y-2)+3(y-2)+6-1=0$

$(x+3)(y-2)=-5$

x, y は整数であるから $x+3, y-2$ も整数である

$(x+3, y-2)=(1,-5), (-1,5), (5,-1), (-5,1)$

$(x,y)=(-2,-3), (-4,7), (2,1), (-8,3)$

答 $(x,y)=(-2,-3), (-4,7), (2,1), (-8,3)$

【18】a は自然数とする。$a+2$ は7の倍数であり、$a+7$ は9の倍数であるとき、$a+16$ は63の倍数であることを証明せよ。〈5点〉

$a+2=7m$，$a+7=9n$（m, n は自然数）とする。

$a+16=(a+2)+14=7m+14$

$=7(m+2)$ … ①

$a+16=(a+7)+9=9n+9$

$=9(n+1)$ … ②

①より $a+16$ は7の倍数であり、②より $a+16$ は9の倍数でもある

よって、$a+16$ は7と9の最小公倍数63の倍数である。

【19】最大公約数が12、最小公倍数が144である2つの自然数 a, b の組をすべて求めよ。ただし、$a<b$ とする。〈5点〉

$a=12a'$，$b=12b'$ … ①

ただし、a', b' は互いに素で $a'<b'$

$12a'b'=144$

$a'b'=12$

条件を満たす a', b' の組は $(a',b')=(1,12), (3,4)$

よって ①より

$(a,b)=(12,144), (36,48)$

答 $(a,b)=(12,144), (36,48)$

【20】408と119の最大公約数を互除法を用いて求めよ。〈4点〉

$408=119\cdot3+51$

$119=51\cdot2+17$

$51=17\cdot3+0$

答 17

【21】17で割ると7余り、12で割ると10余る自然数のうち、4桁で最小のものを求めよ。〈5点〉

求める自然数を n とすると、n は整数 x, y を用いて

$n=17x+7$，$n=12y+10$

$\therefore\ 17x+7=12y+10$

$17x-12y=3$ … ①

$x=5$, $y=7$ は $17x-12y=1$ の整数解の1つより

$17\cdot5-12\cdot7=1$

両辺を3倍して　$17\cdot15-12\cdot21=3$ … ②

① − ② から　$17(x-15)-12(y-21)=0$ … ③

17と12は互いに素より ③を満たす整数 x は

$x-15=12k$

$x=12k+15$

$\therefore\ n=17\cdot(12k+15)+7$

$=204k+262$

$204k+262\geqq1000$

$k\geqq\frac{738}{204}\fallingdotseq3.6$

$k=4$ のとき 4桁で最小の数となる

$\therefore\ n=204\times4+262$

$=1078$

答 1078