

『 振り子運動の3次元シミュレーション解析 』

種村祥希 田村奏輔 平田柊真 三宅笑太 守屋壱星

指導教員 永尾俊博

1 背景

近年、手軽に計算できるプログラミング言語Pythonが確立されているため、振り子の動きをシミュレーションで再現し、本研究を通して他の物理現象をもシミュレーションで再現する方法に寄与したい。

2 先行研究

65回生の課題研究では、より精密な重力加速度の測定を行うことを目的として、長さ10mを超える巨大振り子を用いた重力加速度の測定も行っており、巨大振り子の特性を解析している。

3 問題

先行研究では、実験室内での小さな振り子において、振り子の長さが長く、振れ角が小さくなるほど重力加速度の値が 9.8m/s^2 に近づくことが示された。さらに、先行研究では巨大振り子を用いて重力加速度の値を測定したが、 9.85m/s^2 となり実際の重力加速度よりも大きな値となってしまう問題が生じた。

4 研究の目的

巨大振り子の運動を解析し直し、先行研究の問題点を解決する。また、3次元運動をシミュレーションにより再現し、実験結果との差から、より正確に再現できるシミュレーション方法を探る。

5 方法

- ①周期、振幅の減衰、振動面の回転などを詳細に測定した。周期は初期振幅2cmで100往復の時間を測定することにより見積もり、振幅の減衰と振動面の回転は初期振幅100cmから開始して測定した。
- ②Pythonにより、前進オイラー法、4次のランゲ・クッタ法、ソルバー (odeint、solve_ivp) を用いて、3つのモデル (1. 単振り子(小角近似)、2. 単振り子の減衰(非線形振り子)、3. 振動面の回転(フーコーの振り子)) で微分方程式の解を計算することにより運動の再現を行った。

6 結果

- ①振り子の長さ(11.112 m)と周期(6.705 s)から、重力加速度の大きさを 9.76 m/s^2 と見積もった。
- ②1. どの計算結果も10周期程度までは解析解と一致したが、100周期程度ではソルバー (solve_ivp) のみ、ずれが生じた。solve_ivpは初期設定のまま使用すると精度が低く計算されてしまうことが発覚した。しかし、odeintと同じ精度の計算を行うとずれがなくなった。
2. どの計算結果も「接線方向の速度に比例する粘性抵抗」を組み込むことにより減衰の様子をほぼ再現することができた (図1)。測定結果を再現する角減衰係数を $3.3\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ と決定した。
3. ある程度再現できたが、実験とのずれが生じた (図2)。前進オイラー法のみ他の計算結果とのずれが生じた。

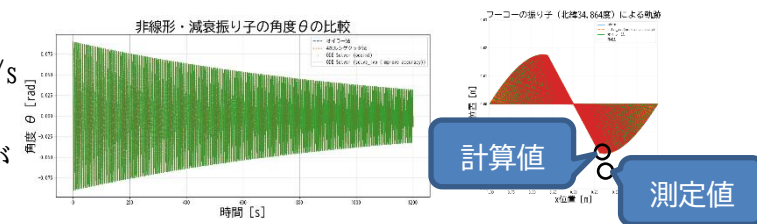


図1 非線形振り子における減衰

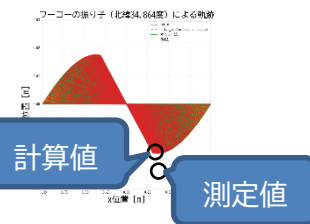


図2 3次元の動き

7 結論・今後の展望

先行研究で無視されていた振り子のワイヤーの重力を考慮して、おもりの重心位置を再計算したところ、先行研究よりもより正確な重力加速度を得ることができた。

単振動とその減衰に関して、よく実験結果を再現できたため、Pythonによるシミュレーションは妥当であると考えられる。振動面の回転に関しては、振り子を取り付ける部品が振り子を自由に回転させることを妨げるため、博物館等にあるフーコーの振り子のように理想的な動きをすることができない。振り子を取り付ける部品を改良し、自然な動きを妨げる要素がない振り子を作成したい。