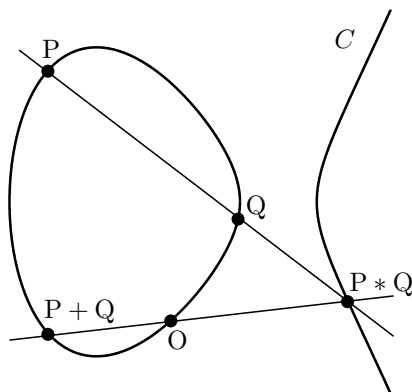


三角関数の加法定理の再発見

課題研究 第7班 (数学)

上森 雅功 坂田 晴 代田 幸之輔 中原 詩麻 毛利 哲平

指導教員：岩井 悠



3 次曲線上の点の加法

3 次曲線 $((x, y \text{ の } 3 \text{ 次式}) = 0 \text{ で表される曲線})$ の上の点に対して, 点 O を定めた後, 次の操作を考える。

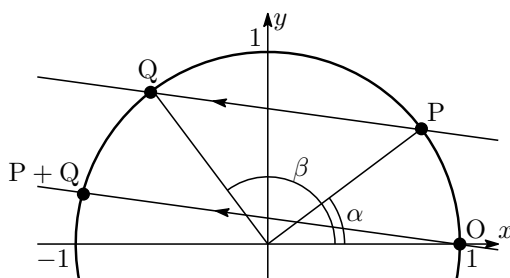
1. 2 点 P, Q を結ぶ直線と, 3 次曲線 C との新たな交点を $P * Q$ とする。
2. $P + Q = (P * Q) * O$ とする。

この操作によって, 3 次曲線上の点には加法の構造が入ることが知られている。

これを用いると, 2 次曲線の上の点にも加法が定義できる。方程式 $x^2 + y^2 = 1$ で表される単位円を, $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$ として $f(x, y) = 0$ で表すと, その 3 次式としての同次化は

$$\tilde{f}(x, y, z) = z^3 f\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = z(x^2 + y^2 - z^2)$$

で与えられる。ここで, 元々の xy 座標平面において, $O(1, 0), P(\cos \alpha, \sin \alpha), Q(\cos \beta, \sin \beta)$ とすると 3 次曲線の点の加法と同様にして $P + Q$ が計算できる。



単位円周上の点の加法

これらのことを用いて, 三角関数の加法定理を再発見するとともに, 三角関数に関するいくつかの等式を得た。