

1 [4STEP数学A 問題12] 参考資料 23 参照

1 から 100 までの整数のうち、2 で割り切れる整数全体の集合を  $A$ 、9 で割り切れる整数全体の集合を  $B$  とする。

(1)  $A = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 50\}$  であるから  $n(A) = 50$  (個)

(2)  $B = \{9 \cdot 1, 9 \cdot 2, \dots, 9 \cdot 11\}$  であるから  $n(B) = 11$  (個)

(3) 2 と 9 の両方で割り切れる整数全体の集合は  $A \cap B$  で表される。  
 $A \cap B$  は 2 と 9 の最小公倍数 18 で割り切れる整数全体の集合であるから  
 $A \cap B = \{18 \cdot 1, 18 \cdot 2, \dots, 18 \cdot 5\}$  よって  $n(A \cap B) = 5$  (個)

(4) 2 と 9 の少なくとも一方で割り切れる整数全体の集合は  $A \cup B$  で表されるから  

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 50 + 11 - 5$$

$$= 56 \text{ (個)}$$

2 [4STEP数学A 問題13] 参考資料 26 参照

1 から 100 までの整数全体の集合を全体集合  $U$  とする。  
 そのうち、8 の倍数全体の集合を  $A$ 、12 の倍数全体の集合を  $B$  とする。

$$A = \{8 \cdot 1, 8 \cdot 2, \dots, 8 \cdot 12\}$$

$$B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, \dots, 12 \cdot 8\}$$

(1) 8 の倍数の個数は  $n(A) = 12$  (個)

(2) 12 の倍数の個数は  $n(B) = 8$  (個)

(3) 8 で割り切れない整数全体の集合は  $\bar{A}$  で表される。  
 よって 
$$n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$$

$$= 100 - 12$$

$$= 88 \text{ (個)}$$

(4) 12 で割り切れない整数全体の集合は  $\bar{B}$  で表される。  
 よって 
$$n(\bar{B}) = n(U) - n(B)$$

$$= 100 - 8$$

$$= 92 \text{ (個)}$$

(5) 8 の倍数であるが 12 の倍数でない整数全体の集合は  $A \cap \bar{B}$  であり、その要素の個数は次の式で表される

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B)$$

$A \cap B$  は 8 と 12 の最小公倍数 24 の倍数全体の集合であるから

$$A \cap B = \{24 \cdot 1, 24 \cdot 2, 24 \cdot 3, 24 \cdot 4\}$$

ゆえに  $n(A \cap B) = 4$

よって、求める整数の個数は

$$n(A) - n(A \cap B) = 12 - 4$$

$$= 8 \text{ (個)}$$

(6) 8 でも 12 でも割り切れない整数全体の集合は  $\overline{A \cap B}$  であり、その要素の個数は次の式で表される。

$$n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B})$$

$$= n(U) - n(A \cup B)$$

ここで

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 12 + 8 - 4$$

$$= 16$$

よって、求める整数の個数は

$$n(U) - n(A \cup B) = 100 - 16$$

$$= 84 \text{ (個)}$$

(7) 8 で割り切れないかまたは 12 で割り切れない整数全体の集合は  $\overline{A \cup B}$  であり、その要素の個数は次の式で表される。

$$n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cap B})$$

$$= n(U) - n(A \cap B)$$

よって、求める整数の個数は

$$n(U) - n(A \cap B) = 100 - 4$$

$$= 96 \text{ (個)}$$

3 [4STEP数学A 問題14]

50 人の人の集合を全体集合  $U$  とする。

そのうち、A を正解した人の集合を  $A$ 、B を正解した人の集合を  $B$  とすると

$$n(U) = 50, \quad n(A) = 27, \quad n(B) = 13, \quad n(A \cap B) = 4$$

(1) A と B の少なくとも一方を正解した人の集合は  $A \cup B$  である。

$$\text{よって } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 27 + 13 - 4$$

$$= 36 \text{ (人)}$$

(2) A も B も正解しなかった人の集合は  $\overline{A \cap B}$  である。

$$\text{よって } n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B})$$

$$= n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 50 - 36$$

$$= 14 \text{ (人)}$$

(3) A だけ正解した人の集合は  $A \cap \bar{B}$  である。

$$\text{よって } n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 27 - 4$$

$$= 23 \text{ (人)}$$

(4) B だけ正解した人の集合は  $\bar{A} \cap B$  である。

$$\text{よって } n(\bar{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 13 - 4$$

$$= 9 \text{ (人)}$$

4 [4STEP数学A 問題15]

3 つの集合  $A \cap \bar{B}$ 、 $A \cap B$ 、 $\bar{A} \cap B$  は、それぞれ右の図の部分で表される。

(1) 
$$n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B})$$

$$= n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 50 - 42$$

$$= 8 \text{ (個)}$$

(2) 
$$n(A \cap \bar{B}) = n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(\bar{A} \cap B)$$

$$= 42 - 3 - 15$$

$$= 24 \text{ (個)}$$

(3) 
$$n(A) = n(A \cup B) - n(\bar{A} \cap B)$$

$$= 42 - 15$$

$$= 27 \text{ (個)}$$

別解 
$$n(A) = n(A \cap B) + n(A \cap \bar{B})$$

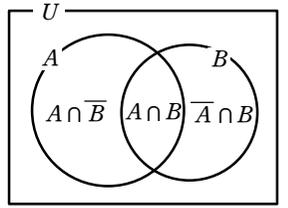
$$= 3 + 24$$

$$= 27 \text{ (個)}$$

(4) 
$$n(B) = n(A \cap B) + n(\bar{A} \cap B)$$

$$= 3 + 15$$

$$= 18 \text{ (個)}$$



5 [4STEP数学A 問題16]

500 以上 1000 以下の整数全体の集合を全体集合  $U$  とする。そのうち、11 の倍数全体の集合を  $A$ 、3 の倍数全体の集合を  $B$  とする。

$$n(U) = 1000 - 500 + 1 = 501$$

(1) 11 の倍数でない整数全体の集合は  $\bar{A}$  で表される。  
 ここで  $A = \{11 \cdot 46, 11 \cdot 47, \dots, 11 \cdot 90\}$   
 よって  $n(A) = 90 - 46 + 1 = 45$   
 したがって、

$$\text{求める個数は } n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$$

$$= 501 - 45$$

$$= 456 \text{ (個)}$$

(2) 11 の倍数であるが 3 の倍数でない整数全体の集合は  $A \cap \bar{B}$  で表される。

ここで  $A \cap B = \{33 \cdot 16, 33 \cdot 17, \dots, 33 \cdot 30\}$   
 よって  $n(A \cap B) = 30 - 16 + 1$   

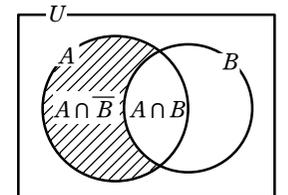
$$= 15$$

したがって、求める個数は

$$n(A \cap \bar{B}) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 45 - 15$$

$$= 30 \text{ (個)}$$



6 [4STEP数学A 問題17]

生徒全体の集合を全体集合  $U$ 、数学の合格者の集合を  $A$ 、英語の合格者の集合を  $B$  とすると  $n(U) = 60, n(A) = 50, n(B) = 30, n(\overline{A \cap B}) = 8$

$$\begin{aligned} (1) \quad n(A \cup B) &= n(U) - n(\overline{A \cup B}) \\ &= n(U) - n(\overline{A \cap B}) \\ &= 60 - 8 \\ &= 52 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ により} \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 50 + 30 - 52 \\ &= 28 \end{aligned}$$

よって、2科目とも合格した者は 28人

$$\begin{aligned} (2) \quad n(A \cap \overline{B}) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 50 - 28 \\ &= 22 \end{aligned}$$

よって、数学だけ合格した者は 22人

$$\begin{aligned} (3) \quad n(\overline{A} \cap B) &= n(B) - n(A \cap B) \\ &= 30 - 28 \\ &= 2 \end{aligned}$$

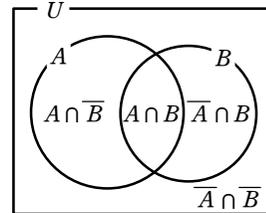
よって、英語だけ合格した者は 2人

7 [4STEP数学A 問題18]

この地区の全世帯の集合を全体集合  $U$  とし、新聞  $A$  を購読している世帯の集合を  $A$ 、新聞  $B$  を購読している世帯の集合を  $B$  とする。

$$n(U) = x \text{ とすると } n(A) = \frac{50}{100}x, n(B) = \frac{60}{100}x, n(A \cap B) = \frac{30}{100}x$$

$$\begin{aligned} \text{よって } n(A \cap \overline{B}) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= \frac{50}{100}x - \frac{30}{100}x \\ &= \frac{20}{100}x \end{aligned}$$



したがって、 $A$  だけ購読している世帯は全体の 20% である。

$$\begin{aligned} n(\overline{A \cap B}) &= n(\overline{A \cup B}) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \end{aligned}$$

ここで  $n(\overline{A \cap B}) = 8,$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= \frac{50}{100}x + \frac{60}{100}x - \frac{30}{100}x \\ &= \frac{80}{100}x \text{ であるから} \\ 8 &= x - \frac{80}{100}x \end{aligned}$$

ゆえに  $x = 40$  したがって、この地区の世帯数は 40

8 [4STEP数学A 問題19]

海外旅行者全体の集合を  $U$  とし、カゼ薬を携帯した人の集合を  $A$ 、胃薬を携帯した人の集合を  $B$  とすると

$$n(U) = 100, n(A) = 75, n(B) = 80$$

(1) カゼ薬と胃薬を両方とも携帯した人の数は  $n(A \cap B)$

(前半)  $n(A \cap B)$  が最大となるのは  $n(A) < n(B)$  であることから、 $A \subset B$  のときであるこのとき  $n(A \cap B) = n(A) = 75$  (人)

(後半)  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$$= 155 - n(A \cup B)$$

よって、 $n(A \cap B)$  が最小となるのは、 $n(A \cup B)$  が最大のときである。また、 $n(A) + n(B) = 155 > n(U)$  であることから、 $n(A \cup B)$  が最大になるのは  $A \cup B = U$  のときである。すなわち  $n(A \cap B)$  が最小となるのは、 $A \cup B = U$  のときであるこのとき

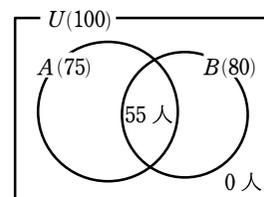
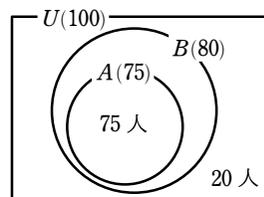
$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= 155 - n(A \cup B) \\ &= 155 - 100 \\ &= 55 \text{ (人)} \end{aligned}$$

(2) カゼ薬と胃薬を両方とも携帯していない人の数は

$$\begin{aligned} n(\overline{A \cap B}) &= n(\overline{A \cup B}) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - n(A \cup B) \end{aligned}$$

(前半)  $n(\overline{A \cap B})$  が最大になるのは  $n(A \cup B)$  が最小のとき、すなわち  $A \subset B$  のときであるこのとき  $n(\overline{A \cap B}) = 100 - n(A \cup B) = 100 - n(B) = 100 - 80 = 20$  (人)

(後半)  $n(\overline{A \cap B})$  が最小になるのは  $n(A \cup B)$  が最大のとき、すなわち  $A \cup B = U$  のときであるこのとき  $n(\overline{A \cap B}) = 100 - n(A \cup B) = 100 - 100 = 0$  (人)



9 [4STEP数学A 問題20]

1 から 100 までの整数のうち、2 の倍数、5 の倍数、9 の倍数全体の集合を、それぞれ  $A, B, C$  とすると

$$n(A) = 50, n(B) = 20, n(C) = 11$$

また、 $A \cap B, B \cap C, C \cap A, A \cap B \cap C$  は、それぞれ 10 の倍数、45 の倍数、18 の倍数、90 の倍数全体の集合であるから

$$n(A \cap B) = 10, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 5, n(A \cap B \cap C) = 1$$

2, 5, 9 の少なくとも 1 つで割り切れる数全体の集合は  $A \cup B \cup C$  であるから

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C) \\ &= 50 + 20 + 11 - 10 - 2 - 5 + 1 \\ &= 65 \text{ (個)} \end{aligned}$$

10 [4STEP数学A 問題21]

都市  $A, B, C$  へ行ったことのある人の集合を、それぞれ  $A, B, C$  とすると

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= 68, \\ n(B \cap C) &= 21, n(C \cap A) = 19, n(A \cap B) = 25 \\ n(B \cup C) &= 59, n(C \cup A) = 56, n(A \cup B) = 60 \end{aligned}$$

(1)  $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$  であるから

$$59 = n(B) + n(C) - 21$$

よって  $n(B) + n(C) = 21 + 59 = 80$  ..... ①

同様に  $n(C) + n(A) = 19 + 56 = 75$  ..... ②

$$n(A) + n(B) = 25 + 60 = 85$$
 ..... ③

(① + ② + ③)  $\div 2$  から

$$n(A) + n(B) + n(C) = 120$$
 ..... ④

④ - ①, ④ - ②, ④ - ③ から

$$n(A) = 40, n(B) = 45, n(C) = 35$$

ゆえに  $A : 40$  人,  $B : 45$  人,  $C : 35$  人

(2)  $A, B, C$  の全都市へ行ったことのある人の数は  $n(A \cap B \cap C)$  で表される。

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

であるから

$$68 = 40 + 45 + 35 - 25 - 21 - 19 + n(A \cap B \cap C)$$

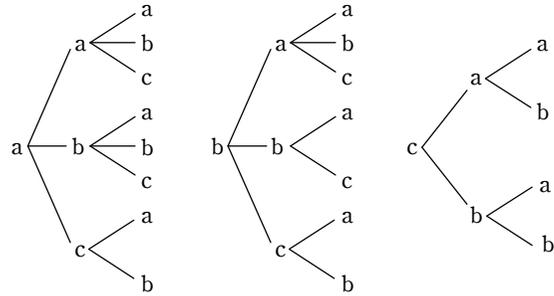
ゆえに  $n(A \cap B \cap C) = 13$

したがって、求める人の数は 13人

11 [4STEP数学A 問題22] 参考資料 27 参照

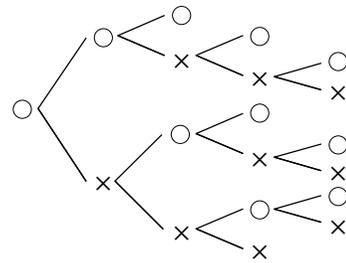
樹形図から、すべての場合は次の 19 通りである。

aaa, aab, aac, aba, abb, abc, aca, acb, baa, bab, bac, bba, bbc, bca, bcb, caa, cab, cba, cbb



12 [4STEP数学A 問題23]

1 回目表のとき、表と裏のどちらかが 3 回出るまでの出方を樹形図にかくと、右のようになる。この場合の出方は、10 通り



[O]は表、[X]は裏を表している

1 回目裏のときも同様に 10 通りあるしたがって、

求める場合の数は 20 通り

13 [4STEP数学A 問題24] 参考資料 29 参照

(1) 目の和が 6 になる場合は、下の表から 5 通りある。

大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

(2) 目の和が 7 になる場合は、下の表から 15 通りある。

大	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
中	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
小	5	4	3	2	1	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

14 [4STEP数学A 問題25] 参考資料 29 参照

(1) [1] 目の和が 5 になる場合は 4 通り  
[2] 目の和が 6 になる場合は 5 通り

[1], [2] は同時には起こらないから、

求める場合の数は  $4 + 5 = 9$  (通り)

[1] 大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

[2] 大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

(2) 目の和が 3 の倍数となるのは、和が 3, 6, 9, 12 のときである。

- [1] 目の和が 3 になる場合は 2 通り
- [2] 目の和が 6 になる場合は 5 通り
- [3] 目の和が 9 になる場合は 4 通り
- [4] 目の和が 12 になる場合は 1 通り

[1] ~ [4] は同時には起こらないから、

求める場合の数は  $2 + 5 + 4 + 1 = 12$  (通り)

[1] 大	1	2
小	2	1

[2] 大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

[3] 大	3	4	5	6
小	6	5	4	3

[4] 大	6
小	6

(3) 目の和が 5 以下の数となるのは、和が 2, 3, 4, 5 のときである。

- [1] 目の和が 2 になる場合は 1 通り
- [2] 目の和が 3 になる場合は 2 通り
- [3] 目の和が 4 になる場合は 3 通り
- [4] 目の和が 5 になる場合は 4 通り

[1] ~ [4] は同時には起こらないから、

求める場合の数は  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  (通り)

[1] 大	1
小	1

[2] 大	1	2
小	2	1

[3] 大	1	2	3
小	3	2	1

[4] 大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

(4) 目の積が 20 以上の数になる場合を表にすると、次のようになる。

大	4	4	5	5	5	6	6	6
小	5	6	4	5	6	4	5	6

よって 8 通り

15 [4STEP数学A 問題26]

(1) A 市から B 市まで行くときの鉄道の選び方は 5 通りあり、そのおのおの場合について、帰るときの鉄道の選び方は 5 通りあるよって、

求める場合の数は  $5 \times 5 = 25$  (通り)

(2) A 市から B 市まで行くときの鉄道の選び方は 5 通りあり、そのおのおの場合について、帰るときの鉄道の選び方は 4 通りあるよって、

求める場合の数は  $5 \times 4 = 20$  (通り)

16 [4STEP数学A 問題27]

(1) a, b, c, d, e の 5 冊から 1 冊を選ぶ方法は 5 通りあり、そのおのおの場合について、p, q, r の 3 冊から 1 冊を選ぶ方法は 3 通りずつあるよって、

求める場合の数は  $5 \times 3 = 15$  (通り)

(2)  $(a+b)(p+q)(x+y+z+u)$  を展開した式の各項は次の形になる。

$(a \text{ か } b \text{ のどちらか}) \times (p \text{ か } q \text{ のどちらか}) \times (x, y, z, u \text{ のどれか } 1 \text{ つ})$

よって、

展開した式の項の個数は  $2 \times 2 \times 4 = 16$  (個)

17 [4STEP数学A 問題28] 参考資料 30 参照

(1)  $5 \cdot 2^3$  の約数は、5 の約数のいずれか 1 つと  $2^3$  の約数のいずれか 1 つの積である。

5 の約数は、1, 5 の 2 通り

$2^3$  の約数は、1, 2,  $2^2$ ,  $2^3$  の 4 通り

よって、

$5 \cdot 2^3$  の約数の個数は  $2 \times 4 = 8$  (個)

また、

$5 \cdot 2^3$  の約数の総和は  $(1+5)(1+2+2^2+2^3) = 90$

(2) 108 を素因数分解すると  $108 = 2^3 \cdot 3^3$

$2^2 \cdot 3^3$  の約数は、 $2^2$  の約数のいずれか 1 つと  $3^3$  の約数のいずれか 1 つの積である。

$2^2$  の約数は、1, 2,  $2^2$  の 3 通り

$3^3$  の約数は、1, 3,  $3^2$ ,  $3^3$  の 4 通り

よって、

108 の約数の個数は  $3 \times 4 = 12$  (個)

また、

108 の約数の総和は  $(1+2+2^2)(1+3+3^2+3^3) = 280$

(3) 360 を素因数分解すると  $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$  の約数は、 $2^3$  の約数のいずれか 1 つと  $3^2$  の約数のいずれか 1 つと 5 の約数のいずれか 1 つの積である。

$2^3$  の約数は、1, 2,  $2^2$ ,  $2^3$  の 4 通り

$3^2$  の約数は、1, 3,  $3^2$  の 3 通り

5 の約数は、1, 5 の 2 通り

よって、

360 の約数の個数は  $4 \times 3 \times 2 = 24$  (個)

また、

360 の約数の総和は  $(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+5) = 1170$

18 [4STEP数学A 問題29]

2 桁の自然数は 10 から 99 まで 90 個ある。

各位の数字の積が奇数になるのは、十の位、一の位とも奇数のときである。

このとき、各位の数字の選び方は、それぞれ 1, 3, 5, 7, 9 の 5 通りずつある。

よって、積が奇数になるものは、

積の法則により  $5 \times 5 = 25$  (個)

したがって、

各位の数字の積が偶数になるものは、90 個の 2 桁の自然数から積が奇数になるものを除いて  $90 - 25 = 65$  (個)

別解 各位の数字の積が偶数になるのは、次の [1], [2], [3] のいずれかの場合である。

ただし、十の位が偶数のときは 0 は含めず、一の位が偶数のときは 0 を含める。

[1] 十の位が奇数、一の位が偶数のとき  $5 \times 5 = 25$  (個)

[2] 十の位が偶数、一の位が奇数のとき  $4 \times 5 = 20$  (個)

[3] 十の位、一の位ともに偶数のとき  $4 \times 5 = 20$  (個)

和の法則により  $25 + 20 + 20 = 65$  (個)

19 [4STEP数学A 問題30]

(1)  $6 \times 5 \times 4 = 120$  (通り)

(2) 大中小 3 個のさいころの目の出方は  $6 \times 6 \times 6 = 216$  (通り)

このうち、3 個の目がすべて異なる場合は、(1) により 120 通りある。

よって、

少なくとも 2 個が同じ目になる場合は  $216 - 120 = 96$  (通り)

(3) 目の積が 3 の倍数になるのは、少なくとも 1 個が 3 の倍数になる場合である。

3 個の目がすべて 3 の倍数でない場合は  $4^3 = 64$  (通り)

よって、

目の積が 3 の倍数になる場合は  $216 - 64 = 152$  (通り)

(4) 目の和が奇数になるのは、

3 個とも奇数の場合か、2 個が偶数で 1 個が奇数 (偶偶奇, 偶奇偶, 奇偶偶) の場合

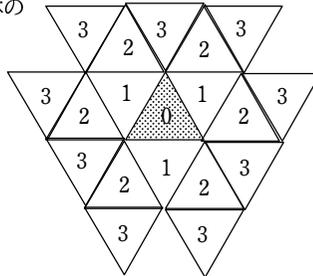
よって、

求める場合の数は  $3^3 + 3^3 \times 3 = 108$  (通り)

20 [4STEP数学A 問題31]

右の図は正四面体を転がした回数、そのときの正四面体の位置に記入したものである。

図において  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  とたどるとそれは正四面体の 1 つの転がし方を表す。



(1) 1 回目の転がし方は、3 通り

その各々の場合に対して、2 回目、3 回目は直前の場所を通らないようにして転がすから、転がし方はそれぞれ 2 通り

よって

求める転がし方の総数は  $3 \times 2 \times 2 = 12$  (通り)

(2) 右上図より

3 回転がした後の正四面体の位置の総数は 9 (通り)

21 [4STEP数学A 問題32]

梨 4 個、柿 2 個、桃 2 個から 6 個だけ取り出す方法を表すと、右のようになる。

梨	4	4	4	3	3	2
柿	2	1	0	2	1	2
桃	0	1	2	1	2	2

よって、

取り出し方は 6 通り

22 [4STEP数学A 問題33]

①, ②, ③ の部分をどの順序でかくかは

①②③, ①③②, ②①③,

②③①, ③①②, ③②① の 6 通り

の場合がある。

更に、

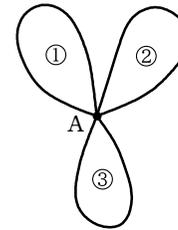
それぞれの輪を右回りでかくか、左回りでかくかで

$2 \times 2 \times 2 = 8$  (通り)

ずつの場合がある。

よって、

図を一筆でかく方法は  $6 \times 8 = 48$  (通り)



23 [4STEP数学A 問題34] 参考資料 32 参照

(1) 異なる硬貨を用いて、同じ金額を表すことはない。

10 円硬貨の使い方は 0 枚 ~ 4 枚の 5 通り

50 円硬貨の使い方は 0 枚 ~ 1 枚の 2 通り

100 円硬貨の使い方は 0 枚 ~ 3 枚の 4 通り

ただし、全部 0 枚の場合は支払うことができない。

よって、

支払える金額は  $5 \times 2 \times 4 - 1 = 39$  (通り)

(2) 50 円硬貨 2 枚と 100 円硬貨 1 枚は同じ金額を表すから、

100 円硬貨 3 枚は 50 円硬貨 6 枚と考え、

10 円硬貨 2 枚、50 円硬貨 9 枚となる

10 円硬貨の使い方は 0 枚 ~ 2 枚の 3 通り

50 円硬貨の使い方は 0 枚 ~ 9 枚の 10 通り

ただし、全部 0 枚の場合は支払うことができない。

よって、

支払える金額は  $3 \times 10 - 1 = 29$  (通り)

(3) 10 円硬貨 5 枚と 50 円硬貨 1 枚は同じ金額を表すから、

50 円硬貨 1 枚は 10 円硬貨 5 枚と考え、

10 円硬貨 12 枚、100 円硬貨 3 枚となる

10 円硬貨 10 枚と 100 円硬貨 1 枚は同じ金額を表すから、

100 円硬貨 3 枚は 10 円硬貨 30 枚と考え、

10 円硬貨 42 枚となる

よって、

支払える金額は 42 通り

注意

(3) と同様に考えて、(2) において、

さらに 50 円硬貨を 10 円硬貨に換算してはいけない。

もとの硬貨で表せない金額 (30 円や 40 円) まで表せるようになるからである。

24 [4STEP数学A 問題35] 参考資料 32 参照

10 円、50 円、100 円の硬貨を、それぞれ  $x$  枚、 $y$  枚、 $z$  枚使うとすると

$$10x + 50y + 100z = 250, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0 \quad (x, y, z \text{ は整数})$$

すなわち、

$$x + 5y + 10z = 25 \cdots \textcircled{1} \text{ より}$$

$$25 - 10z = x + 5y \geq 0 \text{ なので } 25 \geq 10z$$

よって、 $z = 0, 1, 2$

(1)  $z = 0$  のとき、 $\textcircled{1}$  より  $x + 5y = 25 \cdots \textcircled{2}$

$$25 - 5y = x \geq 0 \text{ なので } 25 \geq 5y$$

よって、 $y = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$$\textcircled{2} \text{ に代入して } x = 25, 20, 15, 10, 5, 0$$

よって 6 通り

(2)  $z = 1$  のとき、 $\textcircled{1}$  より  $x + 5y = 15 \cdots \textcircled{3}$

$$15 - 5y = x \geq 0 \text{ なので } 15 \geq 5y$$

よって、 $y = 0, 1, 2, 3$

$$\textcircled{3} \text{ に代入して } x = 15, 10, 5, 0$$

よって 4 通り

(3)  $z = 2$  のとき、 $\textcircled{1}$  より  $x + 5y = 5 \cdots \textcircled{4}$

$$5 - 5y = x \geq 0 \text{ なので } 5 \geq 5y$$

よって、 $y = 0, 1$

$$\textcircled{4} \text{ に代入して } x = 5, 0$$

よって 2 通り

以上より

$$\text{支払方法の総数は } 6 + 4 + 2 = 12 \text{ (通り)}$$