

黄金比・白銀比の考えを用いた西洋数学に対する和算の利点

兵庫県立宝塚北高等学校

足立 鷲仁

研究の意義と目的

(意義)

和算の解法の特徴からその有効性を見つけて、
数学の問題における解法の多様化を実現する。

(目的)

和算と西洋数学の問題の考え方を比較し、
和算の解法の有効性を見つける。

和算とは

- ・主に江戸時代を中心に関孝和らによって発展した日本の算術体系。
- ・算額のような日本の数学独自の公式や考え方も和算に含まれている。
- ・「和算」という言葉は、明治時代に流通してきた西洋数学と対比するために作られた。

方針1

和算と西洋数学の比較を行う上で、和算と西洋数学にそれぞれ関連のあるものを利用して比較を行った。

日本の建築物(白銀比) 西洋の建築物(黄金比)



(写真はGoogleから引用)

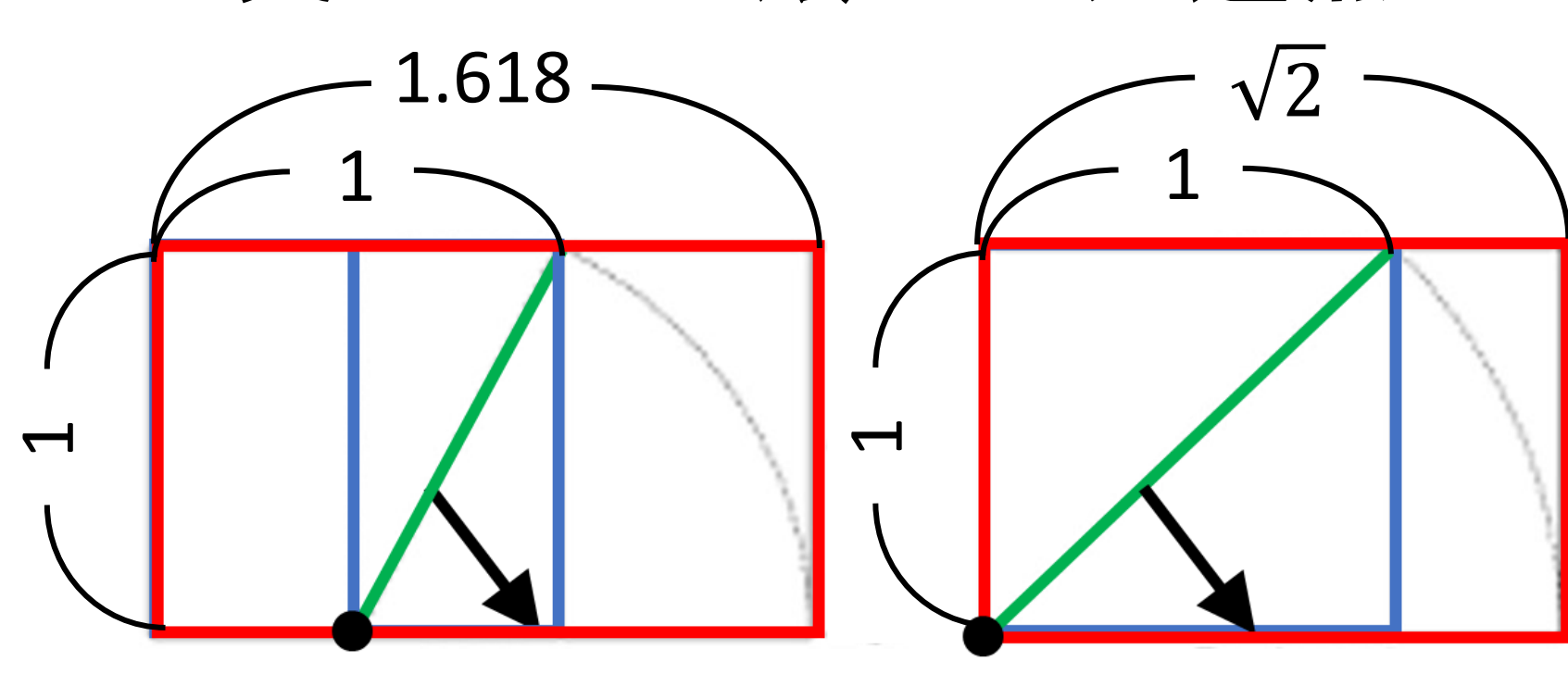
上の図のように、日本では昔から建築物に白銀比が用いられたものがたくさんあり、西洋では昔から建築物に黄金比が用いられたものがたくさんある。このことから、
黄金比は西洋数学と、白銀比は和算と関連が強いのではと考え、この2つの比の特徴について比較した。

検証1

(方法)

和算と西洋数学が、 $1:\sqrt{2}$ 白銀比と黄金比にそれぞれ関連していると考え、 $1:\sqrt{2}$ 白銀比と黄金比の共通点を和算と西洋数学に置き換えて、1つの数学の問題の和算と西洋数学の解法を比較する。

黄金比と白銀比の共通点



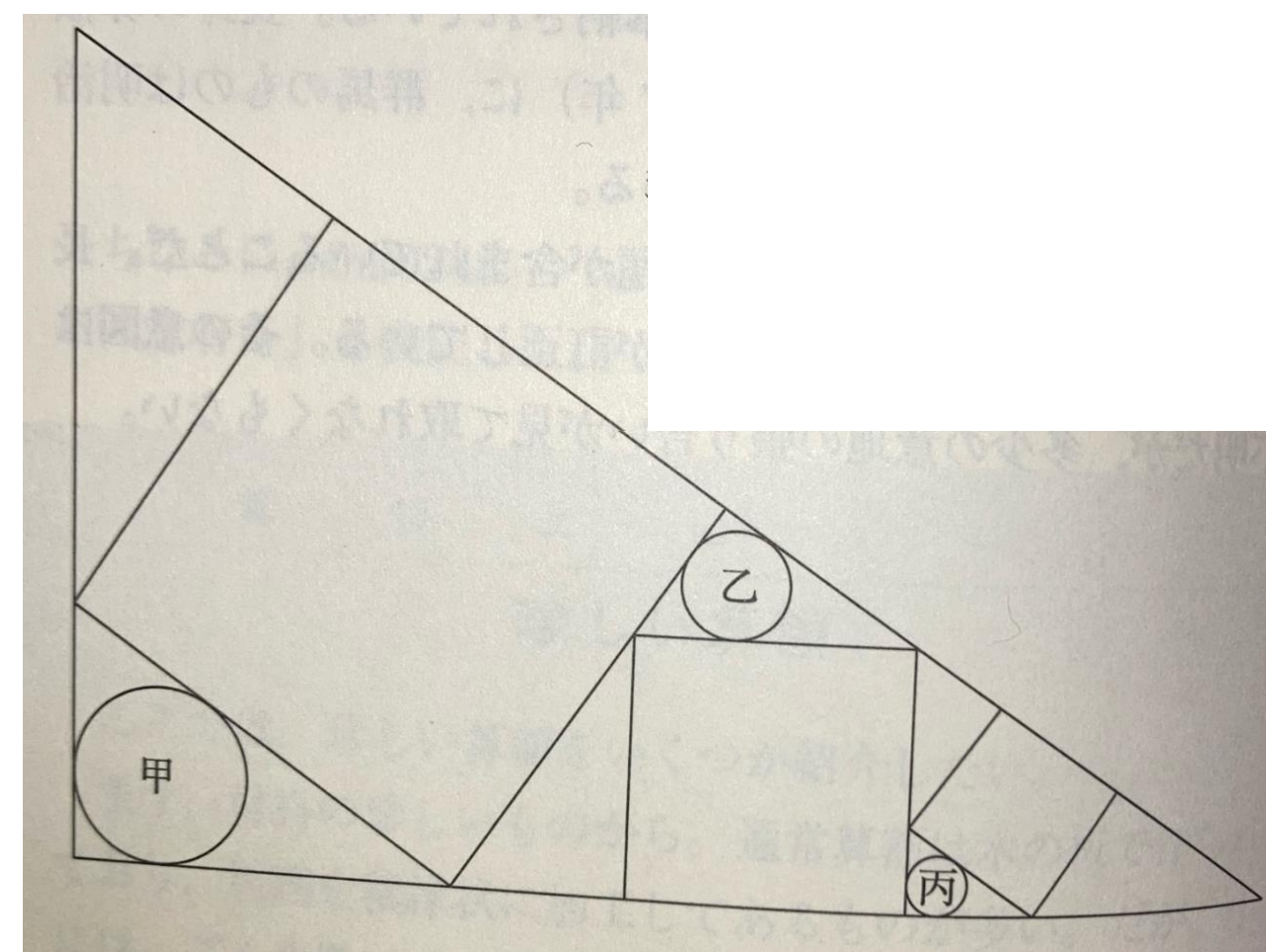
黄金比長方形と白銀比長方形は、
正方形と円を同時に利用して、簡単に作成できる。

和算と西洋数学に置き換え

和算と西洋数学は**正方形と円**をうまく使うことで、問題を簡単に解けるようにしていると考え、ある問題の中でそこに注目して検証した。

検証1で扱った問題

(「算法勝負!「江戸の数学」に挑戦」の第五問)



問題内容

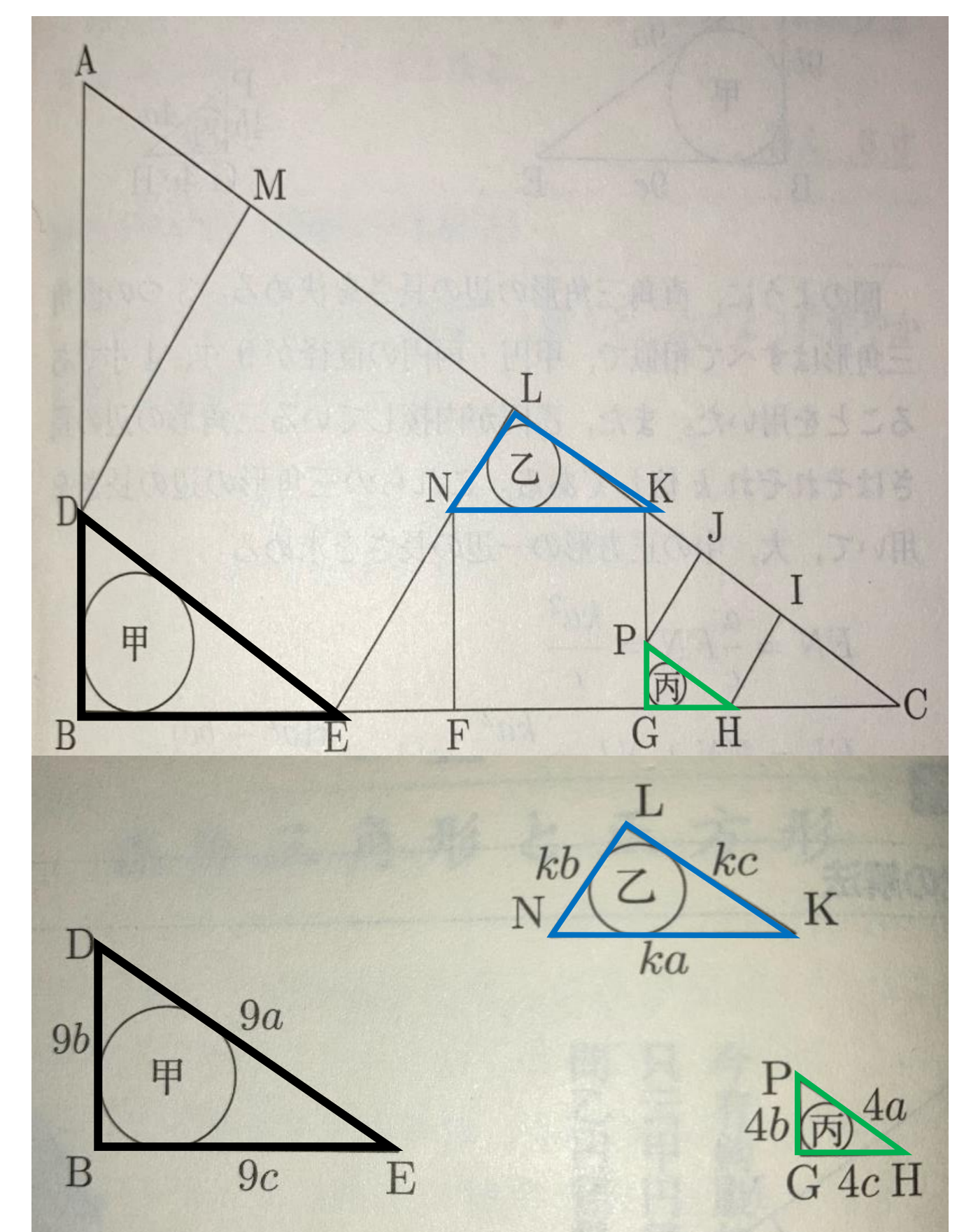
甲円と丙円の直径がそれぞれ9と4のとき、乙円の直径を求める。

(「算法勝負!「江戸の数学」に挑戦」から引用)

結果1

西洋数学の解法

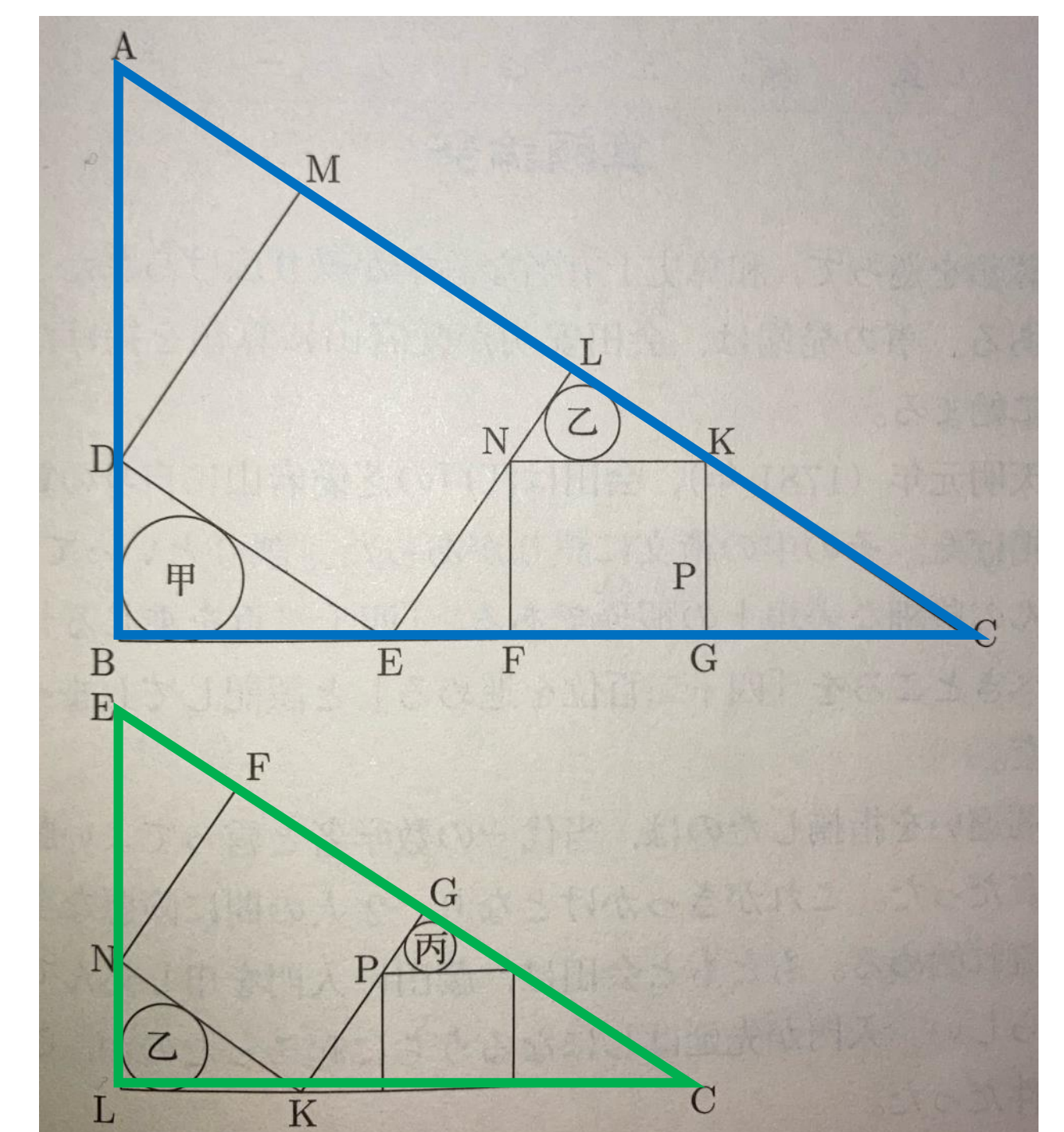
正方形の隣り合う辺の長さが等しい定理と
円が内接する直角三角形は相似である性質を使って解く。
(定理と性質を**別々**に使う。)



(「算法勝負!「江戸の数学」に挑戦」から引用)

和算の解法

右の2つの三角形は正方形と円が内接しているため
(正方形と円の性質を**同時**に利用しているため)、
その2つの三角形は相似である。
この相似関係を使って解く。



(「算法勝負!「江戸の数学」に挑戦」から引用)

(まとめ)

- 西洋数学では、
円と正方形の性質を**別々**に利用し、解いていた。
(図形を**部分的**に見ている。)
- 和算では、
円と正方形の性質を**同時**に利用し、解いていた。
(図形を**包括的**に見ている。)

考察1

- 円と正方形の性質を同時に利用して解くことによって、解法がかなり簡潔になり、直径を求めやすくなった
- 図形を包括的に見て、図形の特徴や性質を見つけ**、問題を解くことは和算の解法の有効性の1つだと考えられる

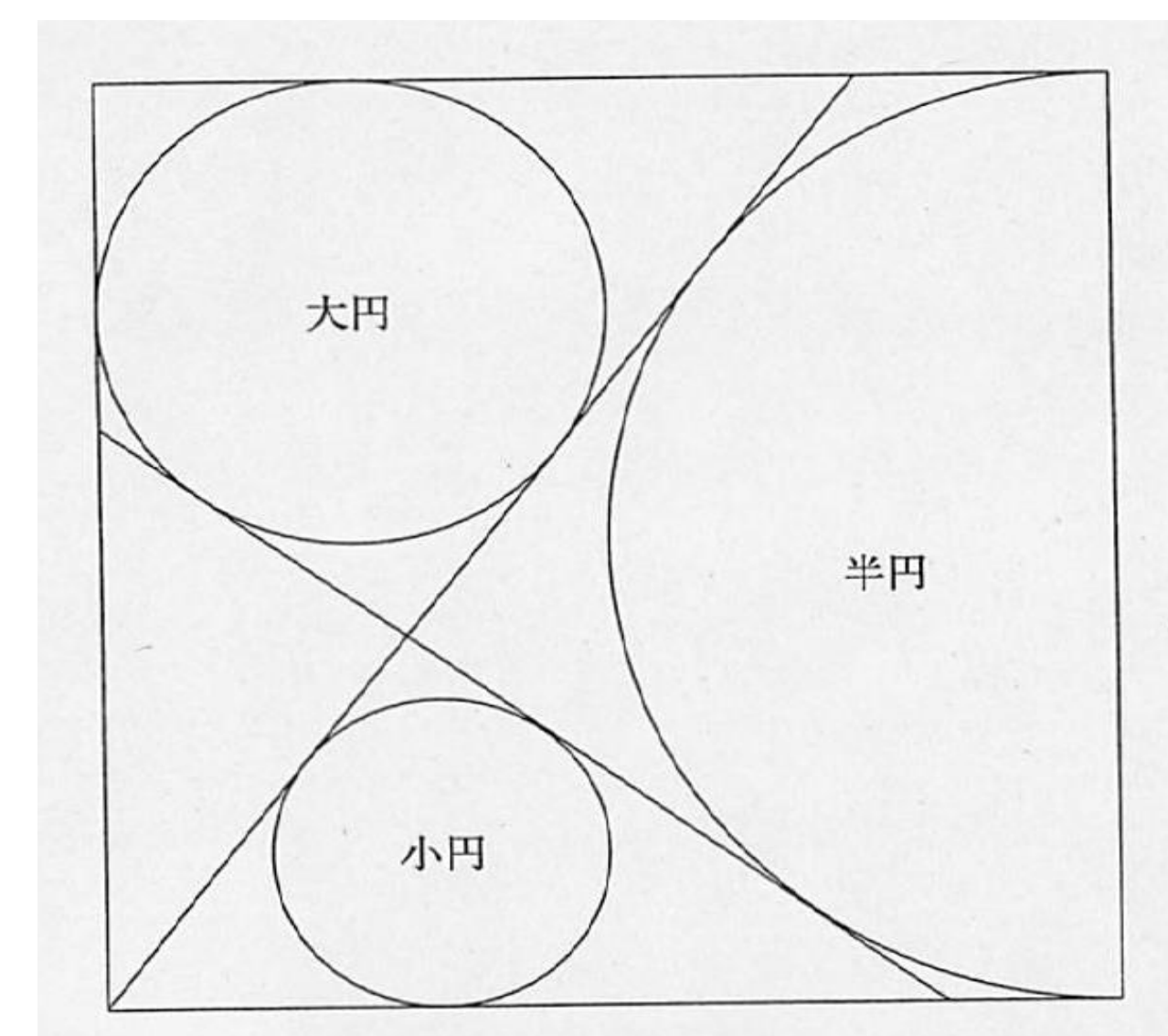
方針2

考察1の和算の解法の有効性が使える問題には特徴があるかを見つける。その際に、図における共通点を見つける。

検証2

(方法)
「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦 どこまで解ける？「算額」28題」の第五問と第十問の図から共通点を見つける。

「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」の第十問



問題内容

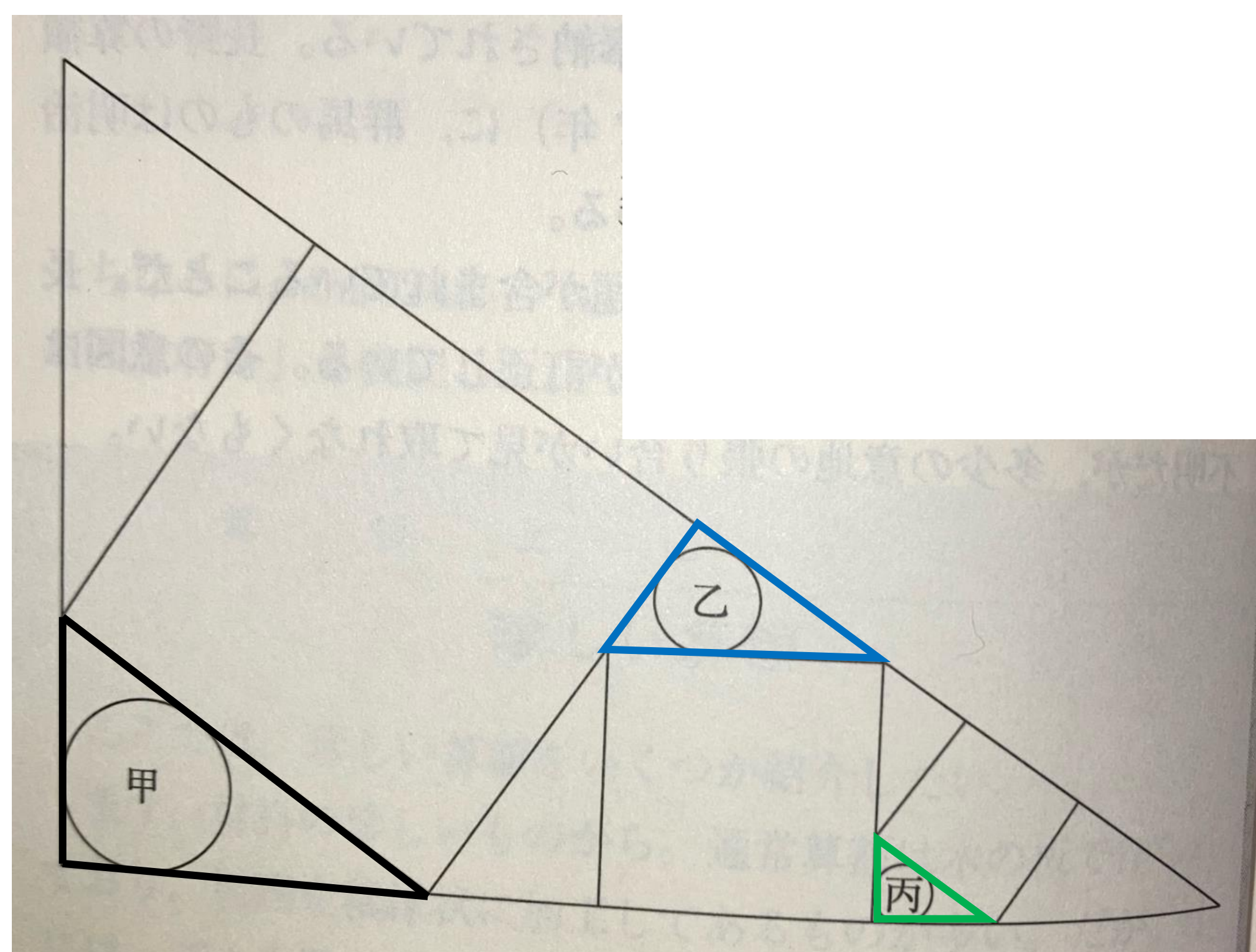
正方形と二つの直線があり、3つの円は正方形と二つの直線に接していて、小円の直径が分かっているとき、大円の直径を求める。

(「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」から引用)

結果2

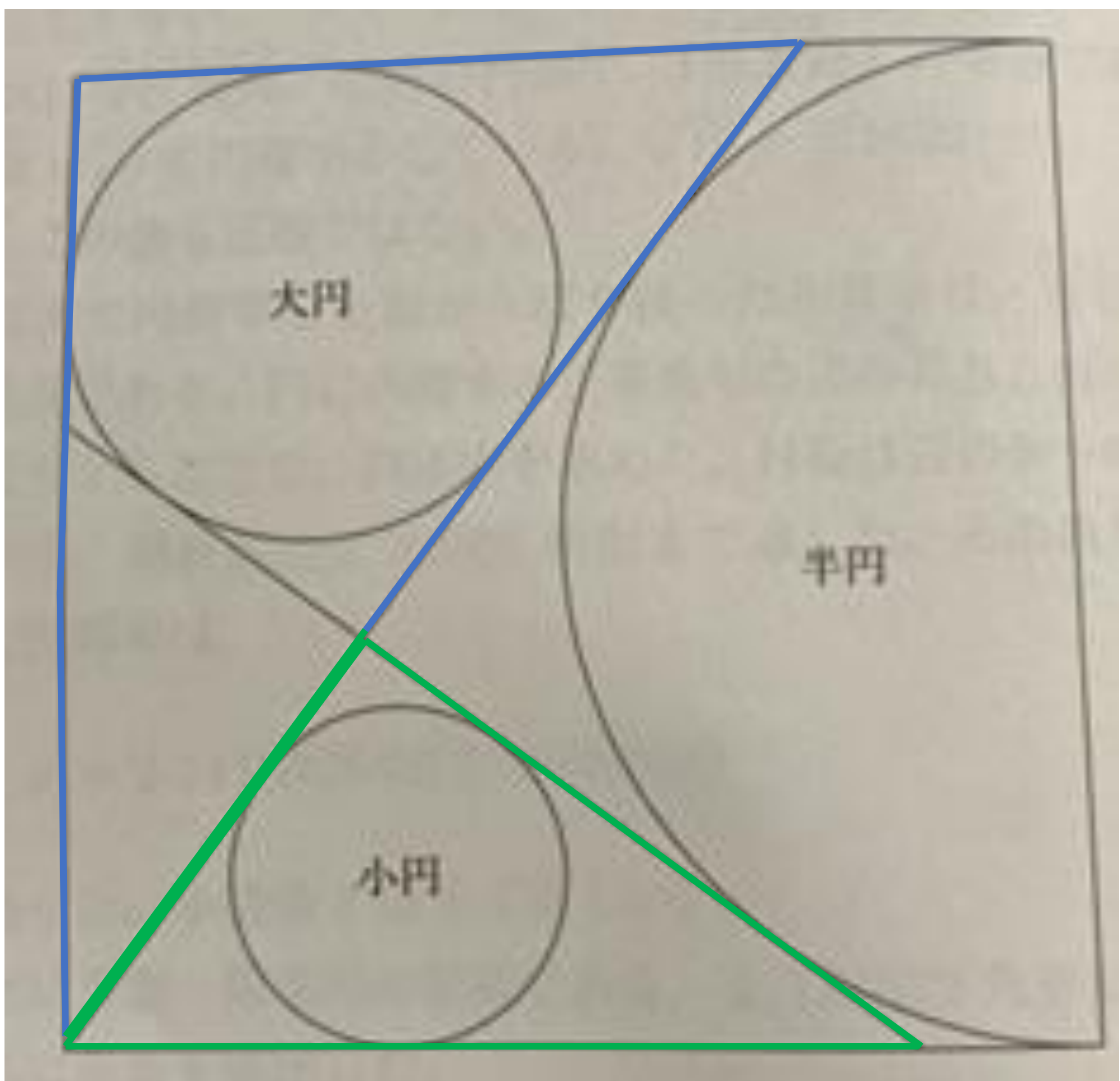
2つの図の共通点

第五問

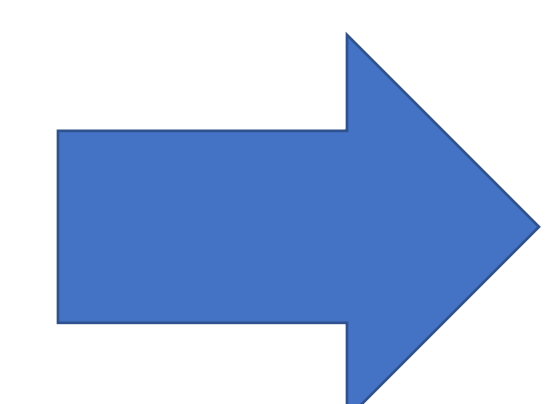


(「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」から引用)

第十問



(「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」から引用)



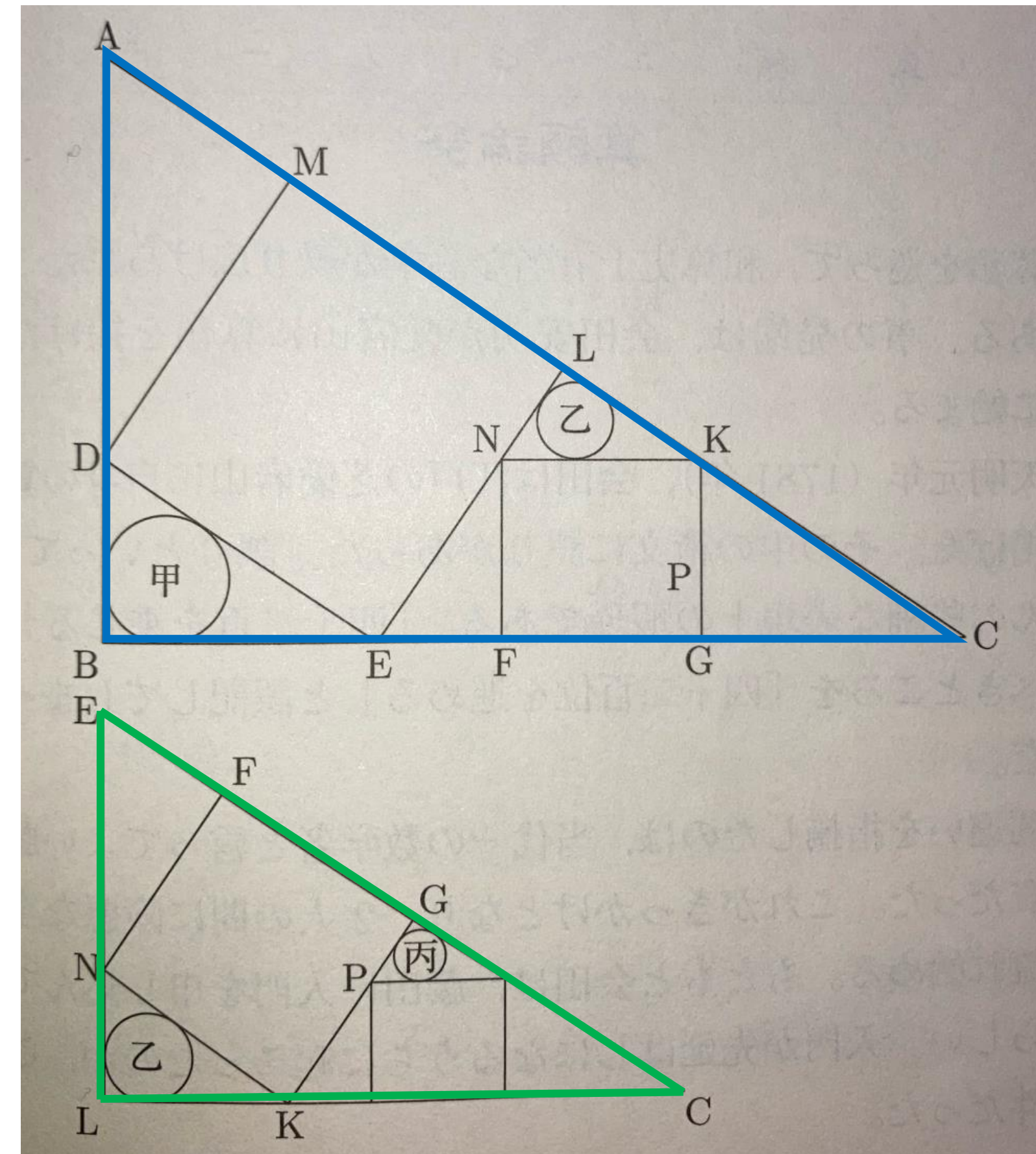
取り上げた問題の図はいずれも
円の内接している直角三角形が複数あり、かつそれらが相似関係にある。

検証3

検証2で取り上げた2問について、和算の解法が円の内接している直角三角形の相似関係を使って解いているかを検証する。

結果3

第五問

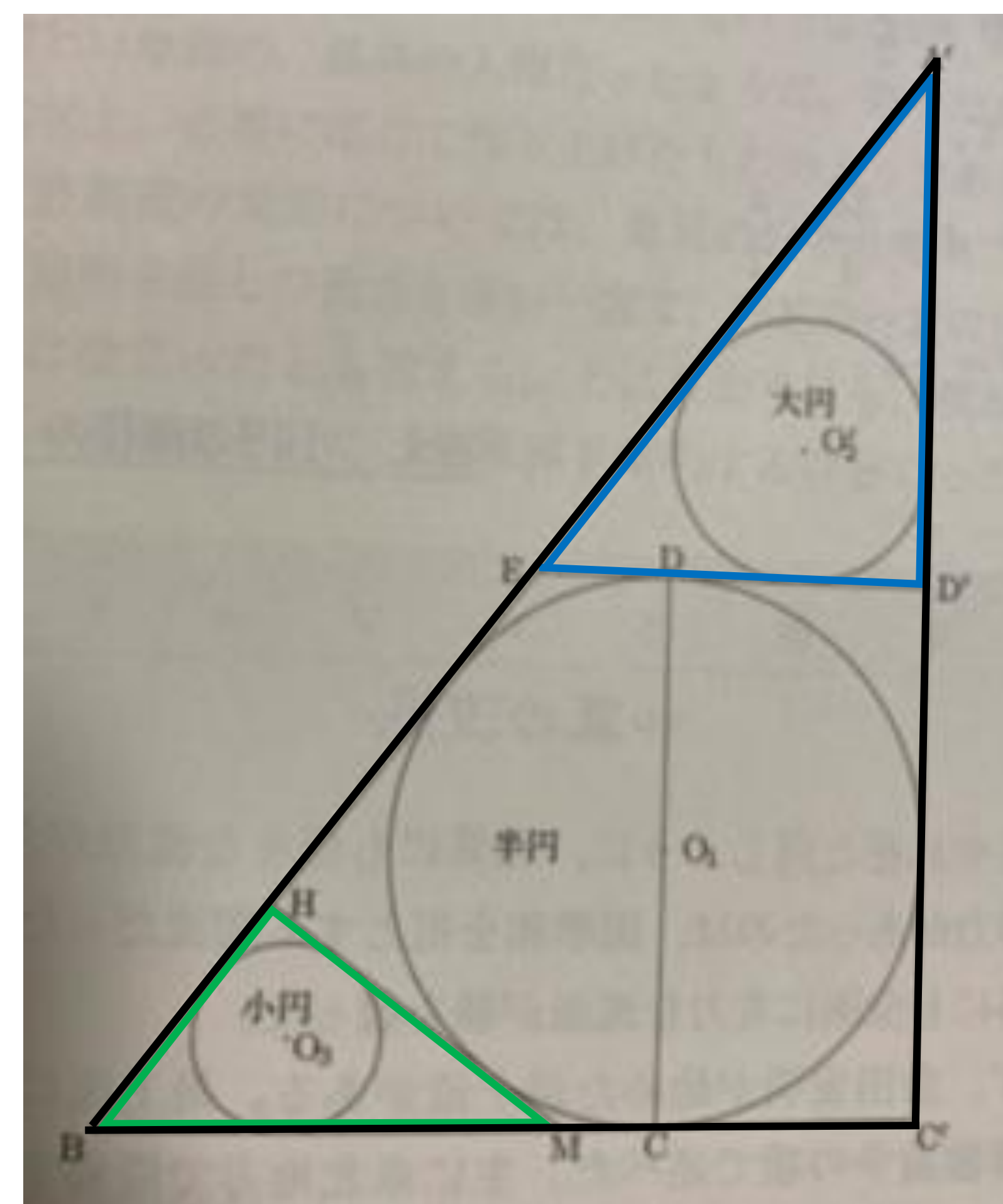


相似比

9:(乙円の直径)=(乙円の直径):4
(9は甲円の直径、4は丙円の直径)

(図は「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」から引用)

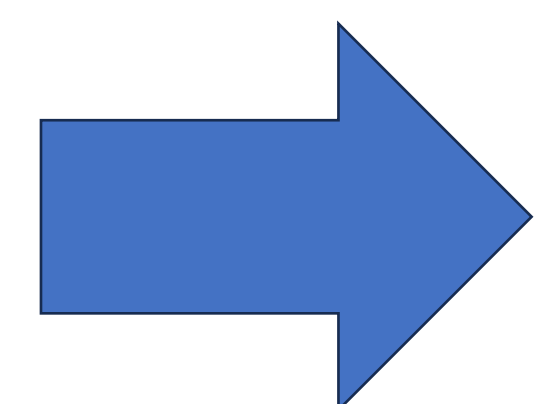
第十問



相似比

(大円の直径):(小円の直径) = $\frac{3a \cdot a}{4 \cdot 2}$
(aは半円の直径の長さ)

(図は「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦」から引用)



よって、2つの問題ともに
円の内接している直角三角形の相似関係を使って解いている。

結論

数学の問題の図において、
円の内接している直角三角形が複数あり、かつそれらが相似関係にあれば、
「図形を包括的に解く」という和算の解法の有効性が使える。

参考文献

「算法勝負！「江戸の数学」に挑戦 どこまで解ける？
「算額」28題」 山根誠司 作