

数学 I 教科書練習(解答)

<練習 1>

次の単項式の係数と次数をいえ。

(1) $6x^2$

(2) x

(3) $-x^2y^2$

(4) $-3abc$

解説

(1) 係数 6, 次数 2

(2) 係数 1, 次数 1

(3) 係数 -1 , 次数 4

(4) 係数 -3 , 次数 3

<練習 2>

次の単項式で[]内の文字に着目したとき, その係数と次数をいえ。

(1) $2ax^3$ [x]

(2) $3a^2x$ [a]

(3) $-6ax^2y$ [x と y]

解説

(1) x に着目すると 係数 $2a$, 次数 3

(2) a に着目すると 係数 $3x$, 次数 2

(3) x と y に着目すると 係数 $-6a$, 次数 3

<練習 3>

次の整式の同類項をまとめよ。

(1) $4x^2 + 3x - 1 - 2x^2 - 4x + 6$

(2) $3a^2 - 2ab - 4b^2 - 5a^2 + 2ab - 8b^2$

解説

(1) 与式 $= (4 - 2)x^2 + (3 - 4)x + (-1 + 6)$
 $= 2x^2 - x + 5$

(2) 与式 $= (3 - 5)a^2 + (-2 + 2)ab + (-4 - 8)b^2$
 $= -2a^2 - 12b^2$

<練習 4>

次の整式は何次式か。

(1) $x^3 + 4x^2 - 5$

(2) $1 + 6a - 8a^2 - 3a^4$

解説

(1) $x^3 + 4x^2 - 5$ から 3 次式

(2) 与式 $= -3a^4 - 8a^2 + 6a + 1$ から 4 次式

<練習5>

整式 $ax^3 - x^2y + by^2 + c$ は、次の文字に着目すると何次式か。

- (1) x (2) y (3) x と y

解説

- (1) x に着目すると

$$\text{与式} = ax^3 - yx^2 + by^2 + c$$

よって 3次式, 定数項 $by^2 + c$

- (2) y に着目すると

$$\text{与式} = by^2 - x^2y + ax^3 + c$$

よって 2次式, 定数項 $ax^3 + c$

- (3) x と y に着目すると

$$\text{与式} = ax^3 - yx^2 + by^2 + c$$

よって 3次式, 定数項 c

<練習6>

次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。

- (1) $4a^2 + ax + 2x - 3a$ (2) $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$

解説

(1) 与式 $= (a+2)x + 4a^2 - 3a$

(2) 与式 $= x^2 + (3y-1)x + 2y^2 - 3y - 2$

<練習7>

次の整式 A , B について、 $A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1) $A = 2x^2 + 3x - 1$, $B = 4x^2 - 5x - 6$

(2) $A = -3x^2 - 2x + 4x^3 + 5$, $B = 2x^3 + 7 - 3x^2$

解説

(1) $A+B = (2x^2 + 3x - 1) + (4x^2 - 5x - 6)$

$$= (2+4)x^2 + (3-5)x + (-1-6) = 6x^2 - 2x - 7$$

$$A-B = (2x^2 + 3x - 1) - (4x^2 - 5x - 6)$$

$$= (2-4)x^2 + (3+5)x + (-1+6) = -2x^2 + 8x + 5$$

(2) $A+B = (4x^3 - 3x^2 - 2x + 5) + (2x^3 - 3x^2 + 7)$

$$= (4+2)x^3 + (-3-3)x^2 - 2x + (5+7) = 6x^3 - 6x^2 - 2x + 12$$

$$A-B = (4x^3 - 3x^2 - 2x + 5) - (2x^3 - 3x^2 + 7)$$

$$= (4-2)x^3 + (-3+3)x^2 - 2x + (5-7) = 2x^3 - 2x - 2$$

まず x について、降べきの順に整理しておく と 便利

<練習 8>

$A = x^2 + 4x - 3$, $B = 2x^2 - x + 4$ とする。次の式を計算せよ。

(1) $A + 2B$

(2) $2A - 3B$

(3) $A + B + 2(A - B)$

解説

(1) $A + 2B = (x^2 + 4x - 3) + 2(2x^2 - x + 4)$

$$= (x^2 + 4x - 3) + (4x^2 - 2x + 8) = 5x^2 + 2x + 5$$

(2) $2A - 3B = 2(x^2 + 4x - 3) - 3(2x^2 - x + 4)$

$$= (2x^2 + 8x - 6) - (6x^2 - 3x + 12) = -4x^2 + 11x - 18$$

(3) $A + B + 2(A - B) = A + B + 2A - 2B = 3A - B$

よって $3A - B = 3(x^2 + 4x - 3) - (2x^2 - x + 4)$

$$= (3x^2 + 12x - 9) - (2x^2 - x + 4) = x^2 + 13x - 13$$

式に直接代入せずに、まず式を整理することから始める。

<練習 9>

次の式を計算せよ。

(1) $2a^3 \times 4a^2$

(2) $3x^2y \times (-2x^3y^2)$

(3) $(-3x^2y)^3$

解説

(1) 与式 $= 2 \times 4 \times a^{3+2} = 8a^5$

(2) 与式 $= 3 \times (-2) \times x^{2+3} \times y^{1+2} = -6x^5y^3$

(3) 与式 $= (-3x^2y) \times (-3x^2y) \times (-3x^2y) = -27x^6y^3$

<練習 10>

次の式を展開せよ。

(1) $4x^2(2x^2 - 3x + 5)$

(2) $(2x - 1)(4x^2 + 3)$

(3) $(2x^2 + x - 3)(x - 2)$

(4) $(2x^2 + 3)(x^2 - 4x - 1)$

解説

(1) 与式 $= 8x^4 - 12x^3 + 20x^2$

(2) 与式 $= (2x - 1) \cdot 4x^2 + (2x - 1) \cdot 3 = 8x^3 - 4x^2 + 6x - 3$

(3) 与式 $= (2x^2 + x - 3)x + (2x^2 + x - 3)(-2)$

$$= 2x^3 + x^2 - 3x - 4x^2 - 2x + 6 = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$$

(4) 与式 $= 2x^2(x^2 - 4x - 1) + 3(x^2 - 4x - 1)$

$$= 2x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 3x^2 - 12x - 3 = 2x^4 - 8x^3 + x^2 - 12x - 3$$

<練習 1 1>

次の式を展開し， x について降べきの順に整理せよ。

(1) $(x^2 + ax - 1)(x + a)$

(2) $(ax + b)(cx + d)$

解説

(1) 与式 $= (x^2 + ax - 1)x + (x^2 + ax - 1)a$

$$= x^3 + ax^2 - x + ax^2 + a^2x - a = x^3 + 2ax^2 + (a^2 - 1)x - a$$

(2) 与式 $= (ax + b)cx + (ax + b)d$

$$= acx^2 + bcx + adx + bd = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

<練習 1 2>

次の式を展開せよ。

(1) $(2x + 5)^2$

(2) $(2x - 3y)^2$

(3) $(5x + 4y)(5x - 4y)$

(4) $(x + 1)(x + 5)$

(5) $(x - 3)(x + 8)$

(6) $(x - y)(x - 4y)$

解説

(1) 与式 $= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$

(2) 与式 $= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

(3) 与式 $= (5x)^2 - (4y)^2 = 25x^2 - 16y^2$

(4) 与式 $= x^2 + (1 + 5)x + 1 \cdot 5 = x^2 + 6x + 5$

(5) 与式 $= x^2 + \{(-3) + 8\}x + (-3) \cdot 8 = x^2 + 5x - 24$

(6) 与式 $= x^2 + \{(-1) + (-4)\}xy + (-y)(-4y) = x^2 - 5xy + 4y^2$

<練習 1 3>

次の式を展開せよ。

(1) $(2x + 1)(4x + 5)$

(2) $(x + 4)(2x - 3)$

(3) $(3x - 7)(x + 2)$

(4) $(2x - 5)(2x - 1)$

(5) $(x + 3y)(2x - y)$

(6) $(3x - 2a)(4x - 3a)$

解説

(1) 与式 $= 2 \cdot 4x^2 + (2 \cdot 5 + 1 \cdot 4)x + 1 \cdot 5 = 8x^2 + 14x + 5$

(2) 与式 $= 1 \cdot 2x^2 + \{1 \cdot (-3) + 4 \cdot 2\}x + 4 \cdot (-3) = 2x^2 + 5x - 12$

(3) 与式 $= 3 \cdot 1x^2 + \{3 \cdot 2 + (-7) \cdot 1\}x + (-7) \cdot 2 = 3x^2 - x - 14$

(4) 与式 $= 2 \cdot 2x^2 + \{2 \cdot (-1) + (-5) \cdot 2\}x + (-5) \cdot (-1) = 4x^2 - 12x + 5$

(5) 与式 $= 1 \cdot 2x^2 + \{1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2\}xy + 3 \cdot (-1)y^2 = 2x^2 + 5xy - 3y^2$

(6) 与式 $= 3 \cdot 4x^2 + \{3 \cdot (-3) + (-2) \cdot 4\}xa + (-2)(-3)a^2 = 12x^2 - 17xa + 6a^2$

<練習 1 4>

次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$

(2) $(x+2y+3z)^2$

解説

(1) 与式 $= \{(a+b)-c\}^2$

$$= (a+b)^2 - 2(a+b)c + c^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

(2) 与式 $= \{(x+2y)+3z\}^2$

$$= (x+2y)^2 + 2(x+2y) \cdot 3z + (3z)^2$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 + 6xz + 12yz + 9z^2$$

$$= x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx$$

<(1)の別解>

$a+b=A$ とおくと

$$\text{与式} = (A-c)^2$$

$$= A^2 + 2Ac + c^2$$

$$\text{元に戻すと } (a+b)^2 - 2(a+b)c + c^2$$

$$\text{よって } a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

<練習 1 5>

次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$

(2) $(x-y-z)(x-y+z)$

(3) $(x+1)^2(x-1)^2$

(4) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

解説

(1) 与式 $= \{(x^2+2)+3x\}\{(x^2+2)-3x\}$

$$= (x^2+2)^2 - (3x)^2$$

$$= x^4 + 4x^2 + 4 - 9x^2$$

$$= x^4 - 5x^2 + 4$$

(2) 与式 $= \{(x-y)-z\}\{(x-y)+z\}$

$$= (x-y)^2 - z^2$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 - z^2$$

(3) 与式 $= \{(x+1)(x-1)\}^2$

$$= (x^2-1)^2$$

$$= x^4 - 2x^2 + 1$$

(4) 与式 $= (x^2+1)(x^2-1)$

$$= x^4 - 1$$

<練習 1 6>

次の式を因数分解せよ。

(1) $12x^3 - 8x^2y$

(2) $3a^2x + 6ax^2 + ax$

解説

(1) 与式 $= 4x^2(3x - 2y)$

(2) 与式 $= ax(3a + 6x + 1)$

<練習 1 7>

次の式を因数分解せよ。

(1) $(a + b)c + d(a + b)$

(2) $(x - 2y)a + (2y - x)b$

解説

(1) 与式 $= (a + b)(c + d)$

(2) 与式 $= (x - 2y)a - (x - 2y)b = (x - 2y)(a - b)$

<練習 1 8>

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 10x + 25$

(2) $x^2 - 12x + 36$

(3) $x^2 + 6xy + 9y^2$

(4) $4a^2 - 4ab + b^2$

(5) $16a^2 - 25b^2$

(6) $2x^2 - 18y^2$

解説

(1) 与式 $= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x + 5)^2$

(2) 与式 $= x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = (x - 6)^2$

(3) 与式 $= x^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + (3y)^2 = (x + 3y)^2$

(4) 与式 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + b^2 = (2a - b)^2$

(5) 与式 $= (4a)^2 - (5b)^2 = (4a + 5b)(4a - 5b)$

(6) 与式 $= 2(x^2 - 9y^2) = 2\{x^2 - (3y)^2\} = 2(x + 3y)(x - 3y)$

まずは共通因数をくくりだすことから始める

<練習 1 9>

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 8x + 12$

(2) $x^2 - 7x + 12$

(3) $a^2 + a - 20$

(4) $x^2 + 5xy + 6y^2$

(5) $a^2 - 8ab + 15b^2$

(6) $x^2 - ax - 12a^2$

解説

(1) 与式 $= x^2 + (2 + 6)x + 2 \cdot 6 = (x + 2)(x + 6)$

(2) 与式 $= x^2 + (-3 - 4)x + (-3)(-4) = (x - 3)(x - 4)$

(3) 与式 $= a^2 + (5 - 4)a + 5 \cdot (-4) = (a + 5)(a - 4)$

(4) 与式 $= x^2 + (2 + 3)xy + 2y \cdot 3y = (x + 2y)(x + 3y)$

(5) 与式 $= a^2 + (-3 - 5)ab + (-3b)(-5b) = (a - 3b)(a - 5b)$

(6) 与式 $= x^2 + (3 - 4)ax + 3a \cdot (-4a) = (x + 3a)(x - 4a)$

<練習 2 0>

次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2 + 7x + 2$

(2) $2x^2 + 9x + 10$

(3) $2x^2 - 13x + 6$

(4) $4y^2 + 5y - 21$

(5) $3x^2 + 5xy - 2y^2$

(6) $6x^2 - 7ax - 3a^2$

解説

(1) 与式 $= 1 \cdot 3x^2 + (1 \cdot 1 + 3 \cdot 2)x + 1 \cdot 2 = (x + 2)(3x + 1)$

(2) 与式 $= 1 \cdot 2x^2 + (1 \cdot 5 + 2 \cdot 2)x + 2 \cdot 5 = (x + 2)(2x + 5)$

(3) 与式 $= 1 \cdot 2x^2 + \{1 \cdot (-1) + 2 \cdot (-6)\}x + (-6) \cdot (-1) = (x - 6)(2x - 1)$

(4) 与式 $= 1 \cdot 4y^2 + \{1 \cdot (-7) + 4 \cdot 3\}y + 3 \cdot (-7) = (y + 3)(4y - 7)$

(5) 与式 $= 1 \cdot 3x^2 + \{1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2\}xy + 2y \cdot (-y) = (x + 2y)(3x - y)$

(6) 与式 $= 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3)\}ax + a \cdot (-3a) = (2x - 3a)(3x + a)$

<練習 2 1>

次の式を因数分解せよ。

(1) $(x-y)^2 - 5(x-y) + 6$

(2) $2(x+3y)^2 - (x+3y) - 1$

(3) $(x+y)^2 - 9$

(4) $x^2 - (y-1)^2$

(5) $x^4 - 8x^2 - 9$

(6) $x^4 - 16$

解説

(1) 与式 $= \{(x-y)-2\}\{(x-y)-3\}$
 $= (x-y-2)(x-y-3)$

(2) 与式 $= \{(x+3y)+1\}\{2(x+3y)-1\}$
 $= (x+3y+1)(2x+6y+1)$

(3) 与式 $= \{(x+y)+3\}\{(x+y)-3\}$
 $= (x+y+3)(x+y-3)$

(4) 与式 $= \{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\}$
 $= (x+y-1)(x-y+1)$

(5) 与式 $= (x^2+1)(x^2-9)$
 $= (x^2+1)(x+3)(x-3)$

(6) 与式 $= (x^2+4)(x^2-4)$
 $= (x^2+4)(x+2)(x-2)$

<別解>

(1) $x-y=A$ と置き換えて因数分解してもよい。

(2) $x+3y=A$ と置き換えて因数分解してもよい。

(3) $x+y=A$ と置き換えて因数分解してもよい。

(4) $y-1=A$ と置き換えて因数分解してもよい。

<練習 2 2>

次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + xy - 4x - y + 3$

(2) $x^2 + ax - 3a - 9$

解説

(1) 次数の低い y について整理すると

$$\begin{aligned}\text{与式} &= xy - y + x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)y + (x^2 - 4x + 3) \\ &= (x-1)y + (x-1)(x-3) \\ &= (x-1)\{y + (x-3)\} \\ &= (x-1)(x+y-3)\end{aligned}$$

(2) 次数の低い a について整理すると

$$\begin{aligned}\text{与式} &= ax - 3a + x^2 - 9 \\ &= (x-3)a + (x+3)(x-3) \\ &= (x-3)\{a + (x+3)\} \\ &= (x-3)(x+a+3)\end{aligned}$$

<練習 2 3>

次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 3y + 1$$

$$(2) \quad 3x^2 - 5ax + 2a^2 - 3x + a - 6$$

解説

(1) x についても y についても 2 次式であるので、 x について降べきの順に整理すると

$$\begin{aligned} \text{与式} &= x^2 + (3y - 2)x + 2y^2 - 3y + 1 \\ &= x^2 + (3y - 2)x + (y - 1)(2y - 1) \\ &= \{x + (y - 1)\}\{x + (2y - 1)\} \\ &= (x + y - 1)(x + 2y - 1) \end{aligned}$$

(2) x についても a についても 2 次式であるので、 x について降べきの順に整理すると

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 3x^2 + (-5a - 3)x + 2a^2 + a - 6 \\ &= 3x^2 + (-5a - 3)x + (a + 2)(2a - 3) \\ &= \{x - (a + 2)\}\{3x - (2a - 3)\} \\ &= (x - a - 2)(3x - 2a + 3) \end{aligned}$$

<練習 2 4>

次の式を因数分解せよ。

$$ab(a - b) + bc(b - c) + ca(c - a)$$

解説

式を展開すると

$$a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2$$

a , b , c のどの式についても 2 次式であるから、 a について降べきの順に整理すると

$$\begin{aligned} a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2 &= (b - c)a^2 - (b^2 - c^2)a + b^2c - bc^2 \\ &= (b - c)a^2 - (b + c)(b - c)a + bc(b - c) \\ &= (b - c)\{a^2 - (b + c)a + bc\} \\ &= (b - c)(a - b)(a - c) \\ &= -(a - b)(b - c)(c - a) \end{aligned}$$