

運動のシミュレーション (自由落下運動の場合)

微分について

微分を言い換えると、「導関数」、「変化率」

具体的には・・・位置 x に対する速度 v

速度 v に対する加速度 a

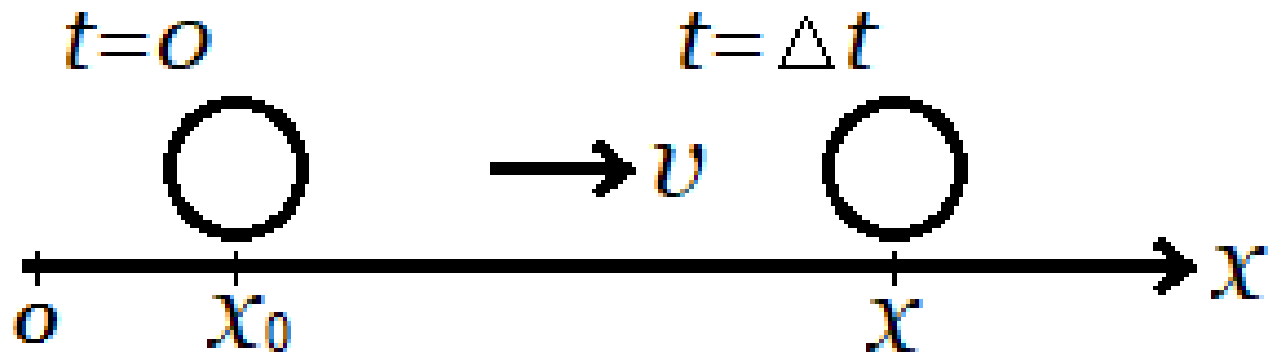
関数上の各点における変化の割合
(傾き)を求めること

変化率の意味を具体的に

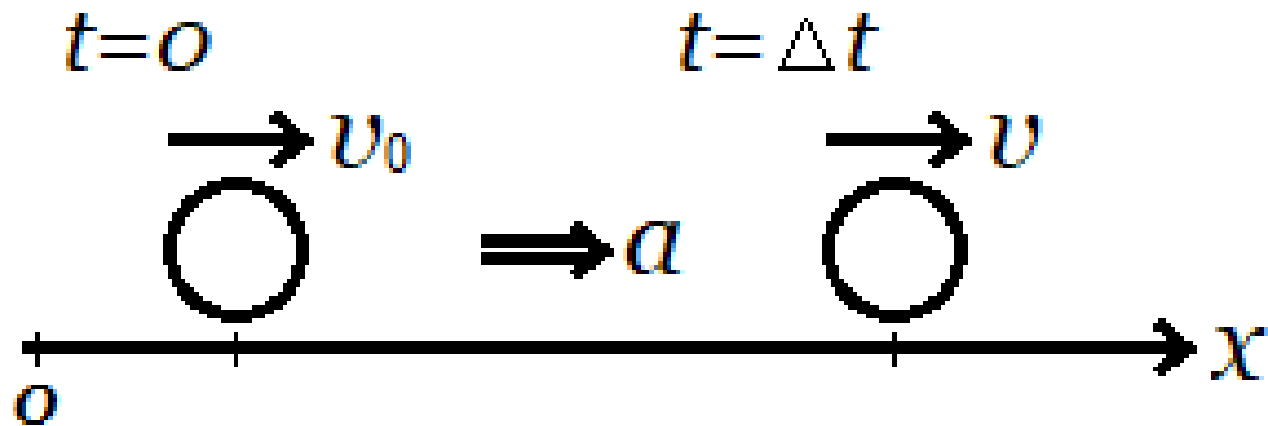
**変化率・・・関数がどんな勢いで
変化する（増えるor減る）か**

変化率が分かっているならば、
微小時間後の値が予想できる！

変化率から運動の様子を知る方法



微小時間における速度・加速度は一定とみなす



速度の定義 $v = \Delta x / \Delta t$ より、

$$x = x_0 + v \Delta t$$

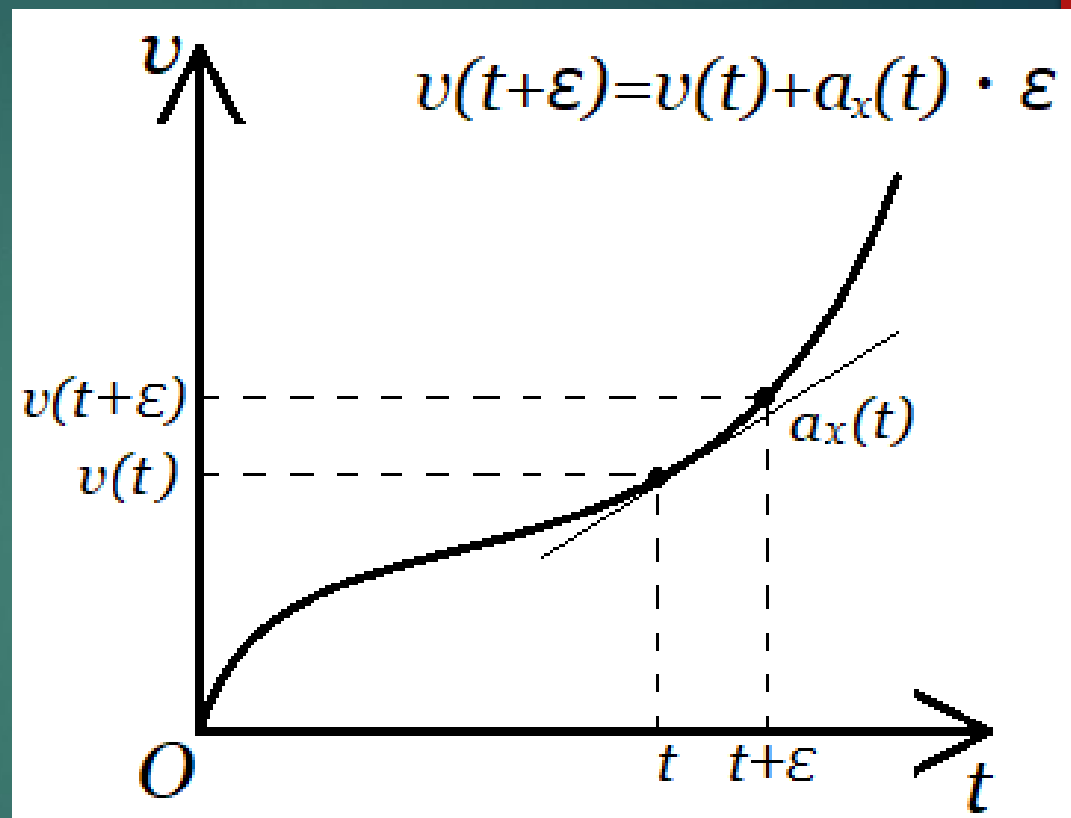
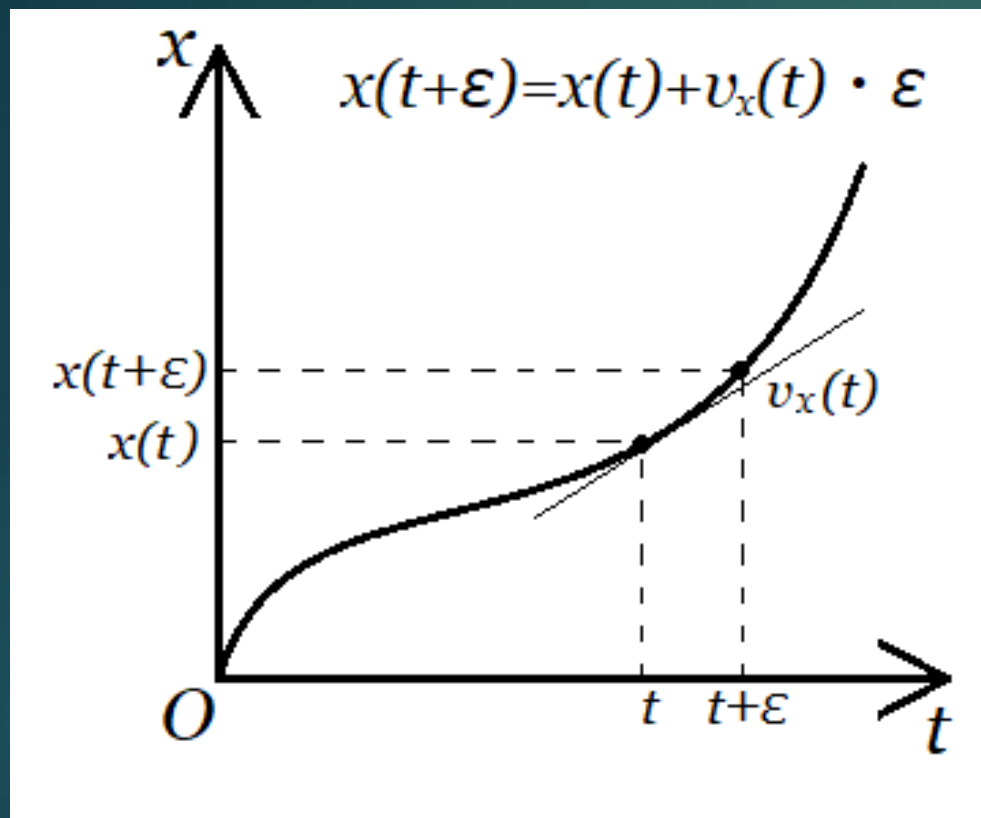
(速度 v は位置 x の変化率)

加速度の定義 $a = \Delta v / \Delta t$ より、

$$v = v_0 + a \Delta t$$

(加速度 a は速度 v の変化率)

オイラー法 (といいます)



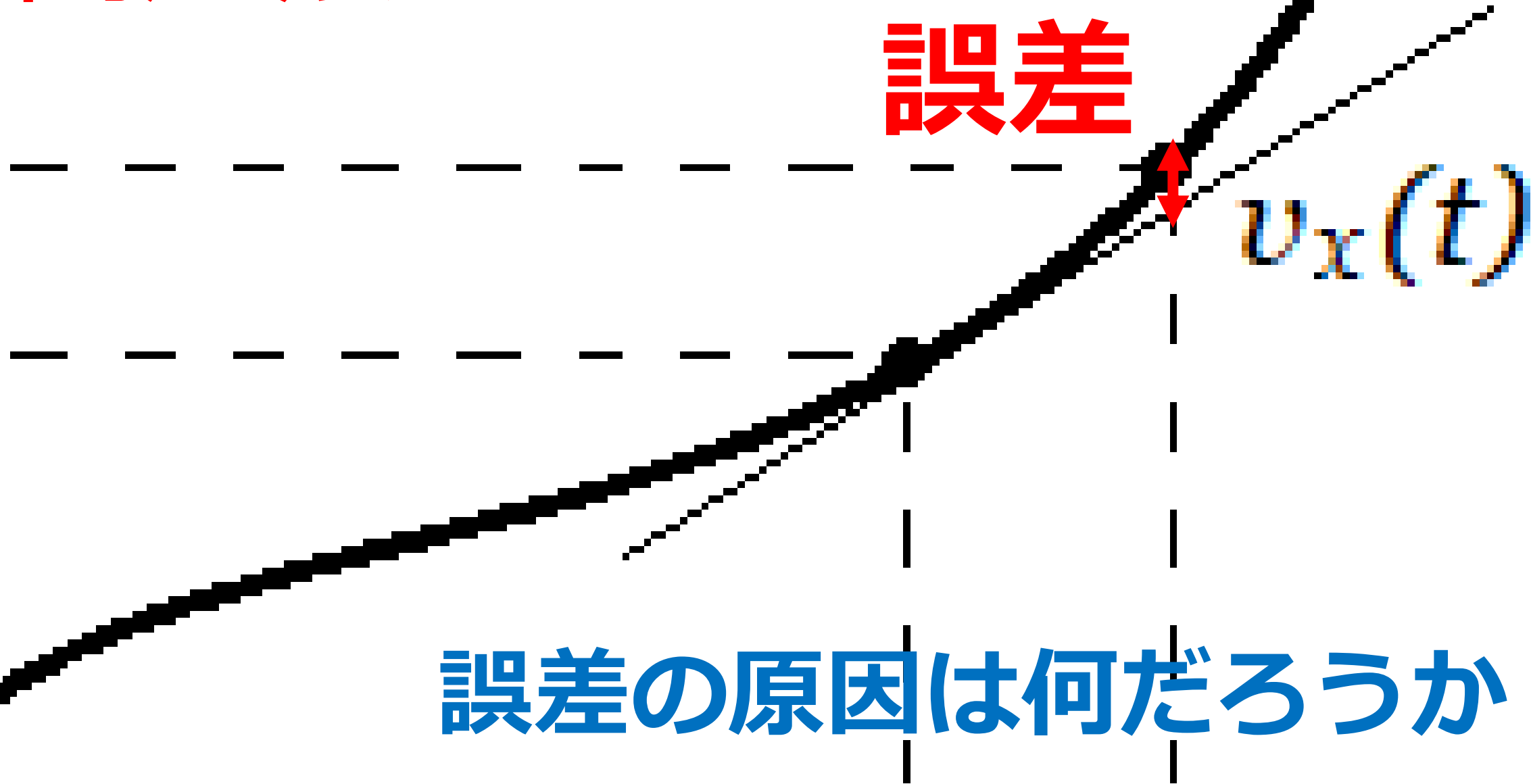
$$x = x_0 + v \Delta t$$

(速度 v は位置 x の変化率)

$$v = v_0 + a \Delta t$$

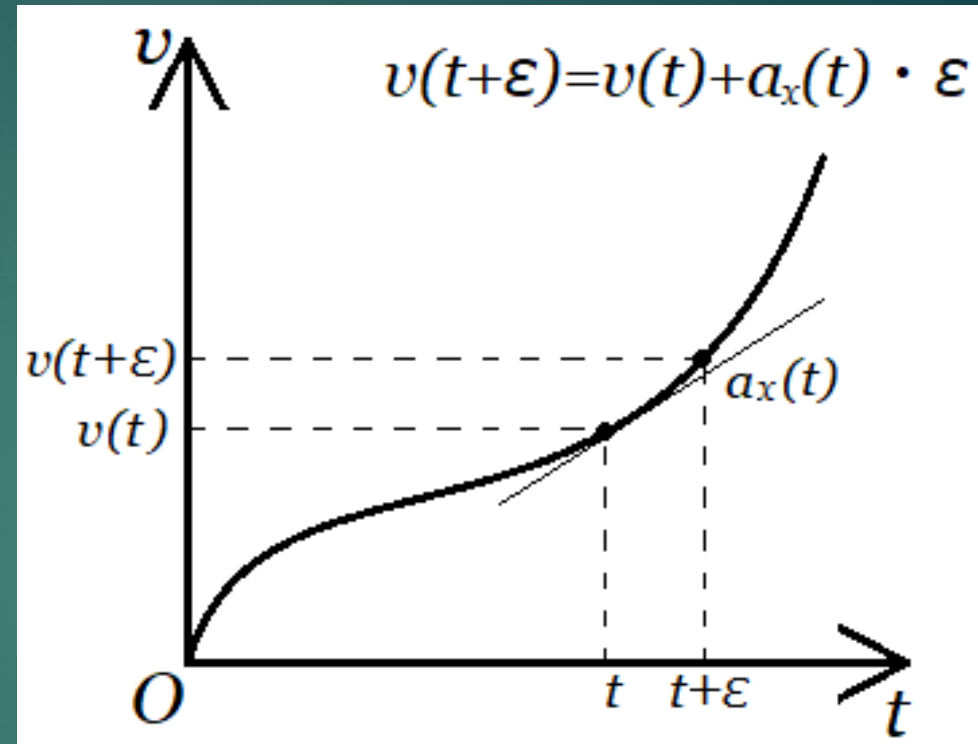
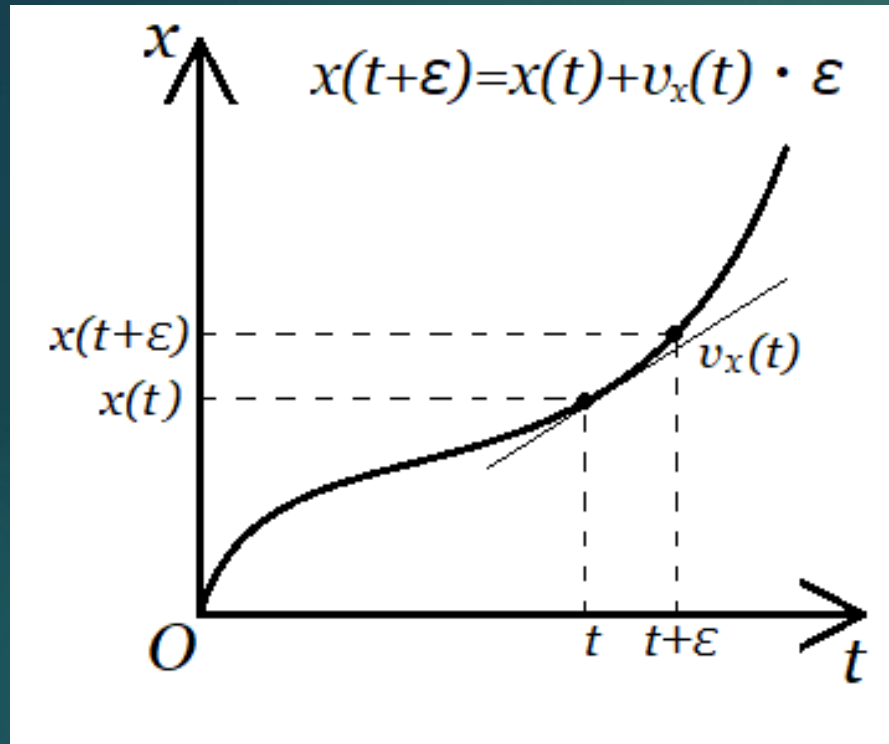
(加速度 a は速度 v の変化率)

問題点



誤差の原因は何だろうか？

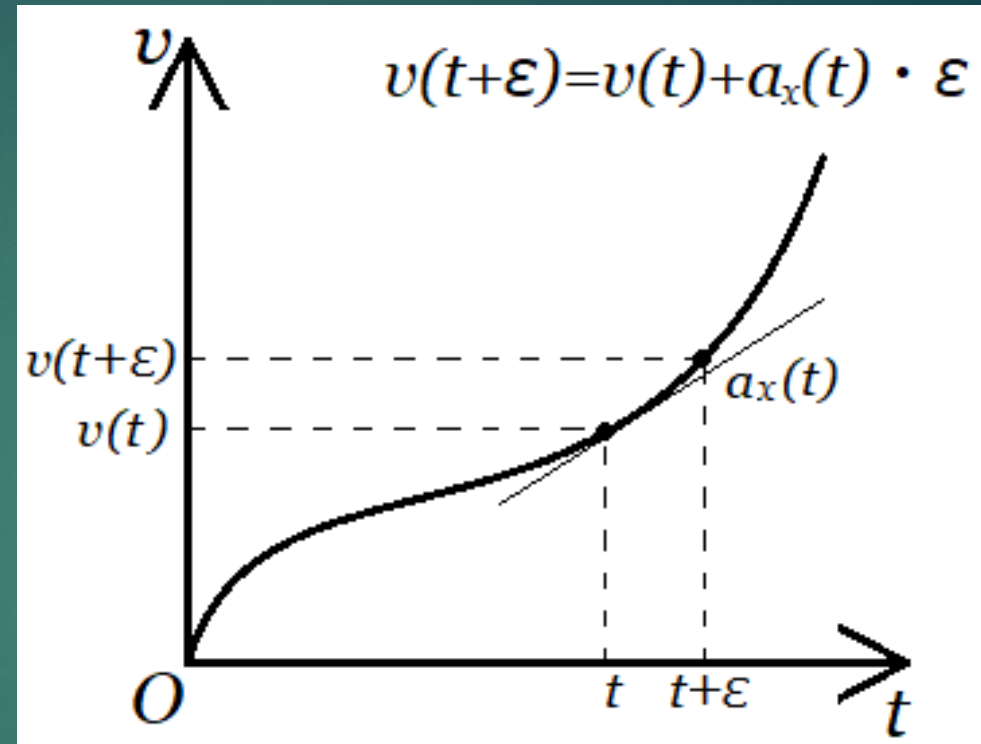
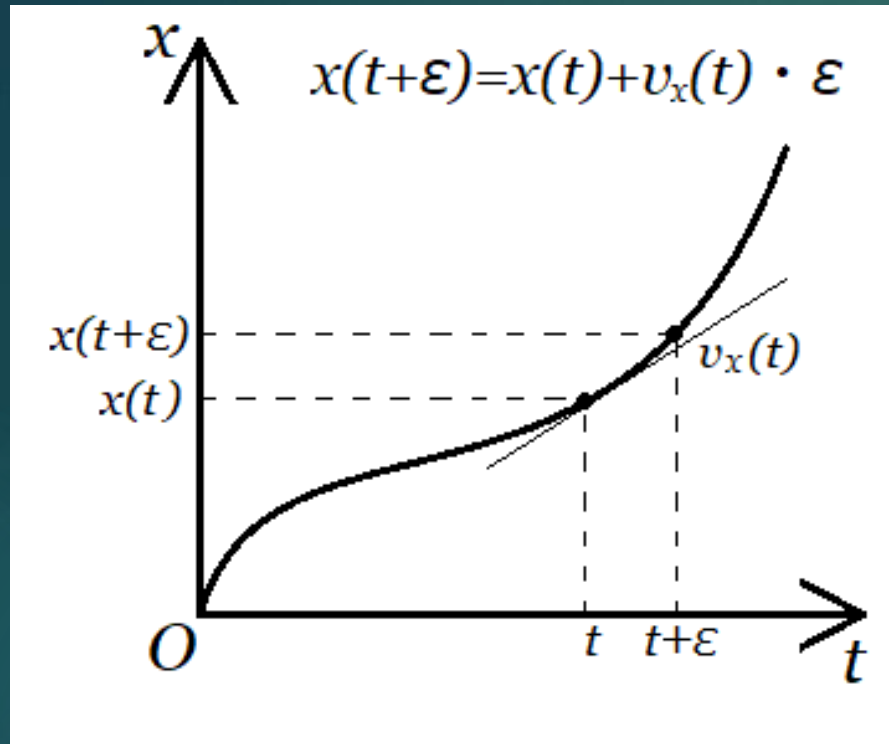
誤差を少なくする工夫



誤差の原因：傾きが変化していること

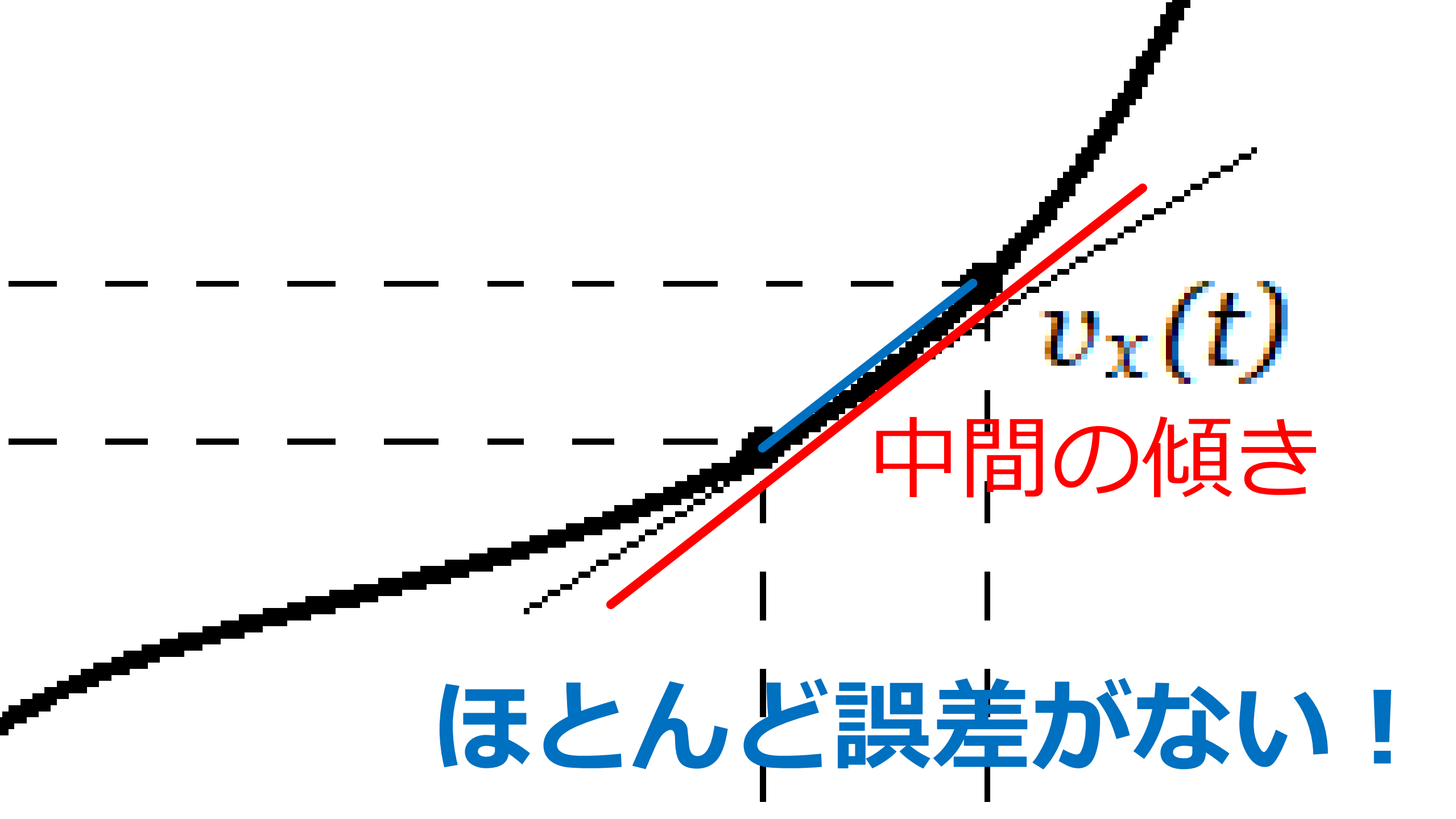
解決方法は？

誤差を少なくする工夫



- 時間を短くする ← 精度は増すが回数が増えしんどい
- 中間の時刻における変化率を用いる

← 楽に精度が増す



$v_x(t)$

中間の傾き

ほとんど誤差がない!

まとめると・・・

変化率・・・関数がどんな勢いで
変化する（増えるor減る）か

変化率から、**次の値** (の近似値) が分かる



計算を繰り返すことで、

グラフ (物体の運動の様子) が描ける！

逐次計算法、という (シミュレーション理論)

逐次計算法を使うと・・・

we can start with the given condition and compute how it changes for the first instant, the next instant, the next instant, and so on, and in this way we gradually evolve the motion.

初めの与えられた条件から出発して、第一の瞬間、次の瞬間、次の瞬間・・・に運動がどう変わっていくかを計算することができ、こうしてだんだんと運動を追跡していくことができる

(カリフォルニア工科大におけるファインマン教授の講義記録より)



The Feynman
LECTURES ON
PHYSICS

物理学の仕組み

変化率から、**次の値** (の近似値) が分かる

加速度 が分かれば **速度** が分かる

👉 速度の導関数

速度 が分かれば **位置** が分かる

👉 位置の導関数

では、スタートである加速度はどうやって求めるの？

物理学の仕組み

加速度 a は、
力 F から求める
(運動方程式 $ma=F$)

ゆえに**力学**と呼ぶ

実践

逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05			
0.10			
0.15			
0.20			
0.25			
0.30			
0.35			
0.40			
0.45			
0.50			

理想的な自由落下運動を
計算してみよう

地域番号	使用地域（都道府県）	重力加速度の範囲：m/s ²
1	北海道	9.803～9.807
2	青森県、岩手県、宮城県、秋田県	9.800～9.804
3	宮城県、山形県、福島県、茨城県、新潟県	9.798～9.802
4	栃木県、千葉県、神奈川県、山梨県、群馬県、埼玉県、東京都（八丈島、小笠原を除く）、 福井県、富山県、石川県、静岡県、岐阜県、愛知県、三重県、大阪府、和歌山県、奈良県、 滋賀県、京都府、 兵庫県 、山口県、広島県、岡山県、鳥取県、島根県	9.796～9.800
5	長野県、東京都（全域）、神奈川県、山梨県、静岡県、岐阜県、愛知県、三重県、大阪府、 和歌山県、奈良県、滋賀県、山口県、広島県、岡山県、鳥取県、香川県、愛媛県、徳島県、 高知県、長崎県、福岡県、佐賀県、熊本県、宮崎県、大分県、鹿児島県（薩摩地方に限る）	9.794～9.798
6	薩摩地方を除く鹿児島県【大隅地方（鹿屋市、垂水市、曾於市、志布志市、大崎、東串良、 錦江、南大隅、肝付の各町）、種子島、屋久島地方、奄美地方】	9.790～9.794
7	沖縄県	9.789～9.792

※複数箇所に記載されている地域は、どちらの地域番号でも使用できます。

明石北高校における
重力加速度は9.8m/s²

逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05			9.8
0.10			9.8
0.15			9.8
0.20			9.8
0.25			9.8
0.30			9.8
0.35			9.8
0.40			9.8
0.45			9.8
0.50			9.8

理想的な自由落下運動の重力加速度を入力



逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05			9.8
0.10			9.8
0.15			9.8
0.20			9.8
0.25			9.8
0.30			9.8
0.35			9.8
0.40			9.8
0.45			9.8
0.50			9.8

$$9.8 \times 0.05 = 0.49$$

0.05sにおける速度を、
加速度($g=9.8$)、
時間変化($\Delta t=0.05$)
から求める

この枠は中間の時間における
加速度が使えない
(オイラー法で計算)

逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05		0.49	9.8
0.10			9.8
0.15			9.8
0.20			
0.25			
0.30			
0.35			
0.40			
0.45			
0.50			


$$0 + 0.49 \times 0.1 = 0.049$$

0.10sにおける位置を、
0sにおける位置($x=0$)と、
0.05sにおける速度($v=0.49$)、
時間変化($\Delta t=0.10$)
から求める

逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05		0.49	9.8
0.10	0.049		9.8
0.15			9.8
0.20			
0.25			
0.30			
0.35			
0.40			
0.45			
0.50			

式②より

$$0.49 + 9.8 \times 0.1 = 1.47$$

0.15sにおける速度を、
0.05sにおける速度($v=0.49$)と、
0.10sにおける加速度($a=9.8$)、
時間変化($\Delta t=0.10$)
から求める

逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05		0.49	9.8
0.10	0.049		9.8
0.15		1.47	9.8
0.20	0.196		9.8
0.25		2.45	9.8
0.30	0.441		9.8
0.35		3.43	9.8
0.40	0.784		9.8
0.45		4.41	9.8
0.50	1.225		9.8

計算の流れ

加速度 → 速度 → 位置

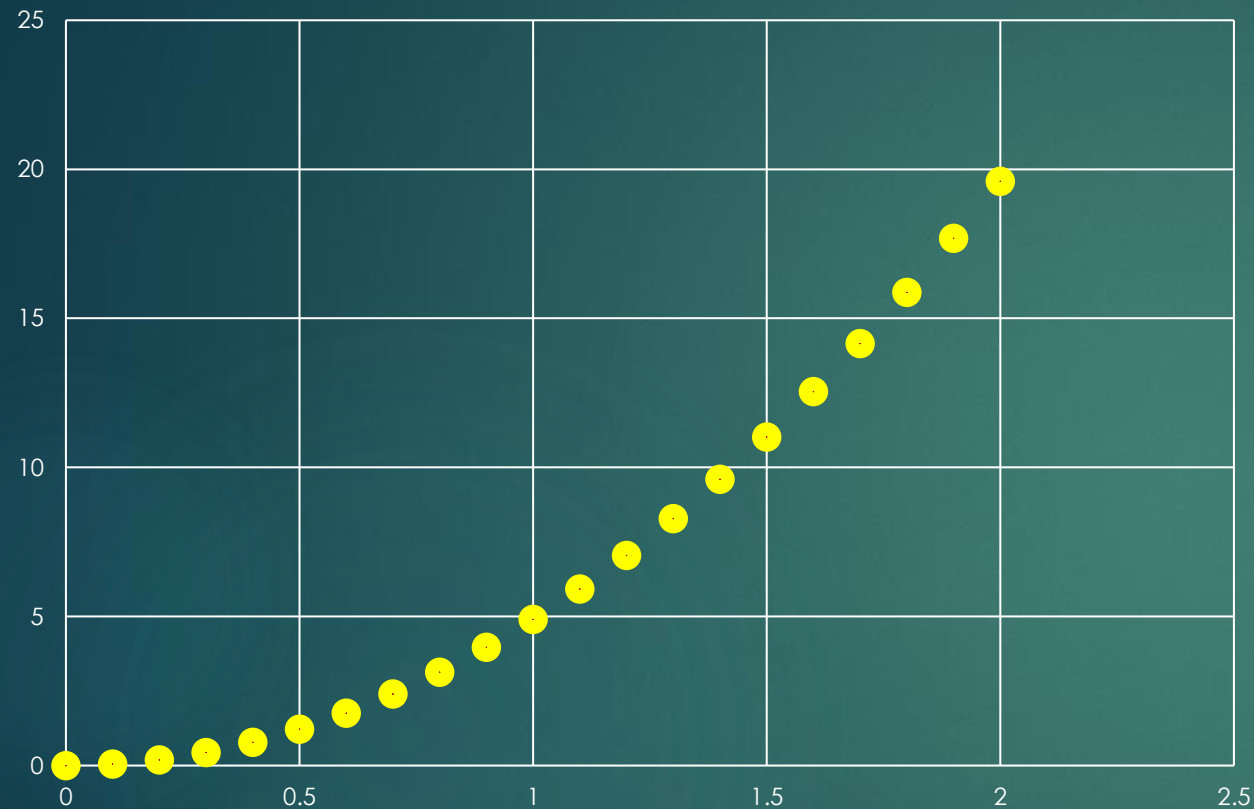
逐次計算表(理想的な自由落下)

$t[s]$	$x[m]$	$v[m/s]$	$a[m/s^2]$
0	0	0	9.8
0.05		0.49	9.8
0.10	0.049		9.8
0.15		1.47	9.8
0.20	0.196		9.8
0.25		2.45	9.8
0.30	0.441		9.8
0.35		3.43	9.8
0.40	0.784		9.8
0.45		4.41	9.8
0.50	1.225		9.8

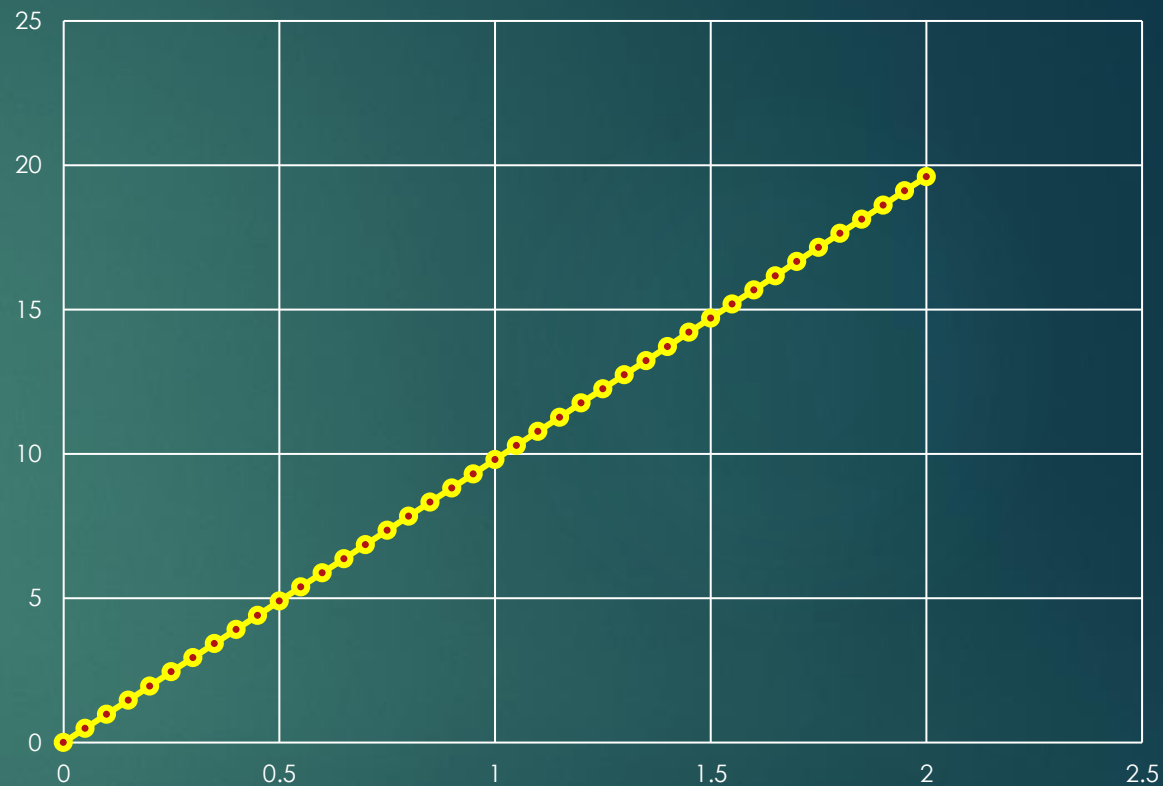
完成

これをプロットすれば
グラフが描ける

$x[m]$



$v[m/s]$



いわゆる自由落下の式など、**公式の暗記が不要**

運動を理解するのに使った式は？

- ① 運動方程式 $F=ma$ より, 落体の加速度は g
- ② 速度の定義 $v = \Delta x / \Delta t$ より, $x = x_0 + v \Delta t$
- ③ 加速度の定義 $a = \Delta v / \Delta t$ より, $v = v_0 + a \Delta t$

以上の3つのみ

もっと一般的な運動, 例えば空気抵抗があるときや単振動運動など, 加速度が一定ではない場合についても使えるのでは？

to be continued...