推薦入学者　数学課題　　　　　　　　　　受検番号（　　　　　　　）　名前（　模範解答　　）

問１
与えられた2つの数を解にもつ２次方程式を１つ作成する方法を考えてみよう。

例題　$x=2, 3$ を解にもつ２次方程式を１つ作れ。 解答 $x=2, 3$ を解にもつ２次方程式の１つは $(x-2)(x-3)=0$ である。 したがって，$x^2-5x+6=0$ が答え（の１つ）である。

（１） $x=3, 4$ を解にもつ２次方程式を１つ作れ。
解答
$(x-3)(x-4)=0$ つまり $x^2-7x+12=0$ が答え（の１つ）である。

（２） $x=a, b$ を解にもつ２次方程式を１つ作れ。
解答
$(x-a)(x-b)=0$ つまり $x^2-(a+b)x+ab=0$ が答え（の１つ）である。

★（２）をもとに，次の（３）にもチャレンジしてみよう。
（３）たして3，かけて-2になる2つの数 a, b を求めよ。(ただし $a>b$)
解答
$a+b=3,\ ab=-2$ …①であるから，（２）よりa, b は方程式
$x^2-3x-2=0$ の解である。
（つまり，a, b を求めるためにはこれを解けばよい！）
したがって，この方程式を解くと，$x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}$
よって，$a=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2},\ b=\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}$
（補足）
上の①の２つの式を連立して解いてもよいです。
たとえば，$a+b=3$ より $b=-a+3$として，$ab=-2$ に代入して整理すると，$a^2-3a-2=0$ となります。 上の解答の２次方程式と同じ形のものが出てきていることが興味深いですね。詳しくは高校で！

問２　昔，ドイツにガウスという数学者がいました。彼の逸話は多く残されていますが，その1つに「７歳のガウス少年に，小学校の教師が『1から100までの自然数をすべて足しなさい』という問いを投げかけたときに彼は一瞬にして計算をした」というものがあります。この時にガウスが用いたとされる方法で，下の問いを考えてみよう。
（１）1から100までの自然数の和を求めよ。（解答の空欄を補え）
解答
$x=1\ \ +2\ \ +3\ \ +\ \cdot\cdot\cdot+99+100$ …①とおく。
$x=100+99+98+\ \cdot\cdot\cdot+2\ \ +1$ …②（逆からかいた）ともかけるから，①の式と②の式を縦に足し算すると
$2x=101+101+\ \cdot\cdot\cdot+101+101=101\times100=10100$
よって2で割って $x=5050$となる。

（２）上の方法にならって，1から n までの自然数の和を n の式で表せ。
ただし，n は自然数である。
解答
$y=1\ \ +2\ \ +3\ \ +\ \cdot\cdot\cdot+(n-1)+n$ …③とおく。
$y=n\ \ +(n-1)+(n-2)+\ \cdot\cdot\cdot+2\ \ +1$ …④ともかけるから，③の式と④の式を縦に足し算すると
$2y=(n+1)+(n+1)+\ \cdot\cdot\cdot+(n+1)=(n+1)\times n$
よって2で割って $y=\dfrac{n(n+1)}{2}$ となる。

（３） $1+2+4+8+\ \cdot\cdot\cdot+1024$（1から始まり，前の数の2倍を1024までどんどん足していく）を工夫して計算せよ。
解答
$z=1\ +2+4+8+\ \cdot\cdot\cdot+1024$ …⑤とおく。ここで，
$2z=\quad 2+4+8+\ \cdot\cdot\cdot+1024+2048$ …⑥である。
（ z を2倍したものをひとつずつ右にずらして，下に書いた。例えば1を2倍した2をひとつ右にずらして書いた）
⑤の式から⑥の式を縦に引き算すると
$-z=1-2048$ となる。（真ん中は全部消えますね）
よって，$z=2047$